

“Φυσική Στοιχειωδών σωματιδίων II”

ΠΕΜΠΤΗ 23/06/2011, ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ 2010-11
ΣΕΜΦΕ

Διδάσκων: Γ. Ζουπάνος, συνεργάτης: Ι. Τοψής Εξάμηνο: 80
Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες ΕΠΛΕΞΤΕ 4 ΘΕΜΑΤΑ.

ΘΕΜΑ 1.

(I) Δίνεται η εξίσωση Klein - Gordon, για ένα μιγαδικό πεδίο μάζας m :

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\Phi = 0$$

Να βρεθεί το αντίστοιχο διατηρούμενο ρεύμα.

(II) Θεωρήστε τώρα τη Λαγκρανζιανή Klein - Gordon:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - m^2 \Phi^\dagger \Phi$$

και προσδιορίστε ξανά το αντίστοιχο ρεύμα Noether.

(III) Χρησιμοποιώντας τις Euler - Lagrange εξισώσεις, να δείξετε ότι η \mathcal{L} οδηγεί στην εξίσωση Klein - Gordon.

ΘΕΜΑ 2.

(I) Θεωρήστε τη Λαγκρανζιανή πυκνότητα που περιγράφει ένα νετρίνο χωρίς μάζα:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi$$

και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Euler - Lagrange να δείξετε ότι αυτή οδηγεί στην εξίσωση Dirac χωρίς μάζα.

(II) Να δείξετε ότι η \mathcal{L} είναι αναλλοίωτη κάτω από τους μετασχηματισμούς:

$$\psi \rightarrow e^{i\gamma_5 \alpha} \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{i\gamma_5 \alpha}$$

(μπορείτε για ευκολία να χρησιμοποιήσετε την απειροστή μορφή του μετασχηματισμού). Να βρείτε επίσης και το αντίστοιχο διατηρούμενο ρεύμα Noether.

(III) Να δείξετε ότι η \mathcal{L} είναι αναλλοίωτη κάτω από το μετασχηματισμό:

$$\psi(x) \longrightarrow e^{-i\alpha} \psi(x),$$

ενώ δεν είναι αναλλοίωτη κάτω από:

$$\psi(x) \longrightarrow e^{-i\alpha(x)} \psi(x)$$

και ότι αυτό επιτυγχάνεται εάν γίνει αντικατάσταση του ∂_μ με το $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$, όπου το διανυσματικό πεδίο A_μ μετασχηματίζεται ως:

$$A_\mu(x) \longrightarrow A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x)$$

με e σταθερά και $\alpha(x)$ τυχαία συνάρτηση.

(IV) Να δείξετε ότι η προσθήκη στην \mathcal{L} που δημιουργήθηκε στο (III), ενός κινητικού όρου $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ για τα πεδία A_μ , όπου:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

επιτρέπεται, ενώ αντίθετα ένας όρος μάζας για τα A_μ δεν είναι αποδεκτός.

ΘΕΜΑ 3.

Θεωρήστε τη Λαγκρανζιανή πυκνότητα:

$$\mathcal{L} = (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) + \mu^2(\Phi^\dagger\Phi) - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

όπου $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, $D_\mu\Phi = (\partial_\mu - igA_\mu)\Phi$, η οποία είναι αναλλοίωτη κάτω από τοπικούς μετασχηματισμούς $U(1)$.

(I) Να δείξετε ότι για $\mu^2 > 0$ υπάρχει αυθόρυμη παραβίαση της συμμετρίας στο κενό η οποία οδηγεί για $g = 0$ σε ένα Goldstone boson χωρίς μάζα.

(II) Να δείξετε ότι για $g \neq 0$ το διανυσματικό πεδίο A_μ αποκτά μάζα και να την προσδιορίσετε.

ΘΕΜΑ 4.

Στο Καθιερωμένο Πρότυπο των Ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων:

(I) Να βρεθεί ο πίνακας ανάμιξης των μαζών των διανυσματικών μποζονίων A_μ^3

και B_μ μετά την αυθόρμητη παραβίαση συμμετρίας.

(II) Να βρεθούν:

- (α) τα φυσικά διανυσματικά μποζόνια που αντιστοιχούν στα σωματίδια Z_μ και φωτόνιο A_μ ,
- (β) τα ουδέτερα ρεύματα J_μ^0 και J_μ^em που συνδέονται με τα Z_μ και A_μ , ως συνάρτηση των ρευμάτων J_μ^3 και J_μ^Y που εμφανίζονται στη Λαγκρανζιανή πυκνότητα του Καθιερωμένου Προτύπου πριν την αυθόρμητη παραβίαση της συμμετρίας.

ΘΕΜΑ 5.

Στα πλαίσια του Καθιερωμένου Προτύπου των Ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων να βρεθούν:

- (I) Η μάζα του φυσικού σωματιδίου Higgs ως συνάρτηση των παραμέτρων του δυναμικού.
- (II) Οι "σταθερές σύνδεσης" του σωματιδίου Higgs με τα φερμιόνια.
- (III) Οι "σταθερές σύνδεσης" του σωματιδίου Higgs με τα φορτισμένα και το ουδέτερο διανυσματικά μποζόνια.

ΘΕΜΑ 6.

Θεωρήστε τη Λαγκρανζιανή πυκνότητα \mathcal{L} , που περιγράφει το Καθιερωμένο Πρότυπο των Ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων με μάζες Dirac για όλες τις γενιές των νετρίνων. Περιοριστείτε στις δύο πρώτες γενιές και θεωρήστε ότι τα στοιχεία του πλάνου μαζών των νετρίνων που είναι ιδιοκαταστάσεις των ρευμάτων των ασθενών αλληλεπιδράσεων είναι της μορφής:

$$\begin{pmatrix} \bar{\nu}_{0eL} & \bar{\nu}_{0\mu L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & m' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{0eR} \\ \nu_{0\mu R} \end{pmatrix} + h.c.$$

με $m, m' \neq 0$, ενώ ο αντίστοιχος πίνακας μαζών των φορτισμένων λεπτονίων είναι διαγώνιος.

(I) Να βρείτε τις μάζες των φυσικών νετρίνων ν_e, ν_μ και τη γωνία ανάμιξης που εμφανίζεται στο φορτισμένο λεπτονικό ρεύμα.

(II) Θεωρήστε ότι μία δέσμη νετρίνων παράγεται (με κοινή ορμή $p \gg m_{\nu_e}, m_{\nu_\mu}$) στην ιδιοκατάσταση ν_{0e} του λεπτονικού ρεύματος και βρείτε την πιθανότητα μετά από χρόνο t να μετατραπεί σε $\nu_{0\mu}$.

... καλή επιτυχία!