



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών
Επιστημών
**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΑΝΑΛΥΣΗ Ι**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....

~~1.~~ Έστω A, B δύο μη κενά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών με $A \subseteq B$ και B άνω φραγμένο. Υποθέτουμε ότι για κάθε $\beta \in B$ υπάρχει $\alpha \in A$ τέτοιο, ώστε $\beta \leq \alpha$. Δείξτε ότι $\sup A = \sup B$,

~~2.~~ Δείξτε ότι η ακολουθία που ορίζεται από τον αναδρομικό τύπο

$$\alpha_{v+1} = \alpha_v + \frac{1}{\alpha_v^2}, v \in \mathbb{N}, \alpha_1 = 1$$

δεν είναι φραγμένη.

~~2.~~ ~~a~~ Να εξεταστούν ως προς τη σύγκλιση οι σειρές:

$$\sum_{v=1}^{+\infty} \frac{v!}{3 \cdot 7 \cdots (4v-1)}, \quad \sum_{v=1}^{+\infty} (-1)^v \frac{v^3}{v^7 + 1}.$$

(β) Να βρεθούν οι αντίστροφες συναρτήσεις των υπερβολικών συναρτήσεων $y = \sinh x$, $y = \tanh x$ και οι παράγωγοι αυτών:

3. ~~a~~ Να υπολογιστούν τα αόριστα ολοκληρώματα

$$\int \tan^3 x dx, \quad \int x^{2-x} dx.$$

(β) Να βρεθεί ο αναγωγικός τύπος υπολόγισμού του ολοκληρώματος

$$I_v = \int x^v \cos x dx, v \in \mathbb{N}.$$

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ 2,5 ΩΡΕΣ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

$$\alpha_{n+1} \cdot \alpha_n^2 \leq 1 + x \alpha_n^2$$

$$\frac{\alpha_{n+1} \alpha_n^2 - 1}{\alpha_n^2} > x$$

$$\frac{\alpha_{n+1}}{\alpha_n + \frac{1}{\alpha_n^2}} - \frac{1}{\alpha_n^2} > x$$

1 Οκτωβρίου 2009