

Θεόδωρος Αλεξόπουλος, Καθηγητής
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ - ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΗΡΩΩΝ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 9
ΑΘΗΝΑ 157 80
Τηλ: 210 772-3019, Fax: 210 772-3021
e-mail: theoalex@central.ntua.gr

Theodoros Alexopoulos, Professor
NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
DEPARTMENT OF PHYSICS
ZOGRAFOU CAMPUS
157 80 ATHENS - GREECE
Phone : +30 210 772-3019, Fax: +30 210 772-3021
e-mail: Theodoros.Alexopoulos@cern.ch
http://www.physics.ntua.gr/~theoalex

Ανάλυση Σήματος, Εαρινό Εξάμηνο 2008-2009 - 8^ο ΣΕΜΦΕ

Επαναληπτική Εξέταση - Τρίτη 15/09/09 12:00, Διάρκεια 2 ώρες

1

A) Θεωρήστε ένα πραγματικό σήμα $f(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} F(\omega)$. Έστω ότι ορίζουμε δύο νέα σήματα

$$g(t) = f(t)\Pi(t) \quad \text{και} \quad h(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(t-n)$$

(a) Να δείξετε ότι το σήμα $h(t)$ είναι περιοδικό με περίοδο $T = 1$.

(β) Αφού το $h(t)$ είναι ένα περιοδικό σήμα με $T = 1$, τότε μπορεί να εκφραστεί μέσω ενός αναπτύγματος εκθετικής σειράς Fourier, δηλαδή θα έχουμε

$$h(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn2\pi t}$$

όπου c_n είναι οι συντελεστές της εκθετικής σειράς Fourier. Να δείξετε ότι ισχύει η ακόλουθη σχέση μεταξύ των c_n και $F(\omega)$

$$c_n = F(\omega)|_{\omega=n}$$

B) Να δείξετε ότι ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα της συσχέτισης σημάτων

$$[(f * \delta) * \delta](t) = f(t)$$

2

Θεωρήστε ένα ΓΧΑ σύστημα, $y(t) = \mathcal{R}[x(t)]$, όπου $x(t)$ και $y(t)$ είναι τα σήματα εισόδου και εξόδου, αντίστοιχα. Όταν το σήμα εισόδου είναι $x(t) = u(t) - u(t-a)$ με $a > 0$, τότε το σήμα εξόδου έχει τη μορφή

$$y(t) = e^{-t}u(t) - e^{-t+a}u(t-a)$$

(a) Να βρείτε την κρουστική απόκριση, $h(t)$, και τη συνάρτηση μεταφοράς, $H(\omega)$ αυτού του συστήματος. Τι είδους φίλτρο περιγράφει αυτό το συστήμα;

(β) Αν το σήμα εισόδου είναι $x(t) = \sin(\omega t)$, να βρείτε το σήμα εξόδου $y(t)$.

3

(α) Να υπολογίσετε τον αντίστροφο μετασχηματισμό \mathcal{Z} της συνάρτησης

$$X(z) = \frac{z^2}{(z+7)(z-5)} \quad \text{με ΠΣ το διάστημα } 7 < |z| < +\infty$$

(β) Με τη βοήθεια του μονόπλευρου μετασχηματισμού \mathcal{Z} να βρείτε τη λύση, $y(n), n \geq 0$, ενός συστήματος που περιγράφεται από τη διαφοροεξίσωση

$$y(n) - 7y(n-1) = 11x(n) \quad \text{με αρχική συνθήκη } y(-1) = 5$$

όπου $x(n)$ και $y(n)$ είναι τα σήματα εισόδου και εξόδου, αντίστοιχα.

Τώρα θεωρήστε ότι αυτή τη διαφοροεξίσωση περιγράφει ένα αιτιατό ΓΧΑΣ. Να βρείτε την κρουστική απόκριση, $h(n)$, $-\infty < n < +\infty$, του συστήματος.

Συκρίνεται την κρουστική απόκριση $h(n)$, $n \geq 0$ με το αποτέλεσμα $y(n)$, $n \geq 0$ που βρήκατε από το αμέσως προηγούμενο ερώτημα.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε MONO το βιβλίο θεωρίας του μαθήματος.

Τα 3 θέματα είναι ισοδύναμα

Καλή επιτυχία