

Σχολή Ε.Μ.Φ.Ε.

Τομέας Μηχανικής

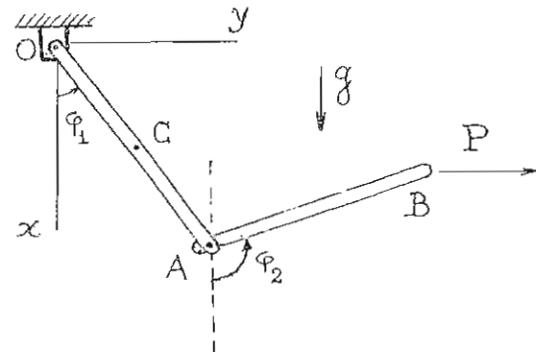
Μάθημα : Αναλυτική Δυναμική (προπτυχιακό)

Διδάσκων : Α. Μαυραγάνης

Εξεταστική Περίοδος : Α' (Ακαδ. Έτος 2006 – 2007)

Ονοματεπώνυμο εξεταζομένου : ΒΕΡΓΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

1. Στο παραπλεύρως σχήμα εικονίζονται δύο στερεές ράβδοι $OA(m_1, l_1)$ και $AB(m_2, l_2)$ οι οποίες είναι αρθρωμένες στο σημείο A (χωρίς τριβή). Οι ράβδοι μπορούν να κινούνται επί κατακόρυφου επιπέδου υπό την επίδραση του βάρους τους και της σταθεράς οριζοντίου δύναμης P , με την OA να έχει πάντοτε ένα σημείο ακίνητο. Να δοθούν οι εκφράσεις των γενικευμένων δυνάμεων του συστήματος και να προσδιορισθούν μέσω της Αρχής των Δυνατών Έργων, οι θέσεις ισορροπίας των δύο ράβδων, όταν το ακίνητο σημείο της OA είναι το άκρο της O . Πώς διαφοροποιείται η ως άνω Αρχή όταν το ακίνητο σημείο της OA είναι το μέσον της C ;



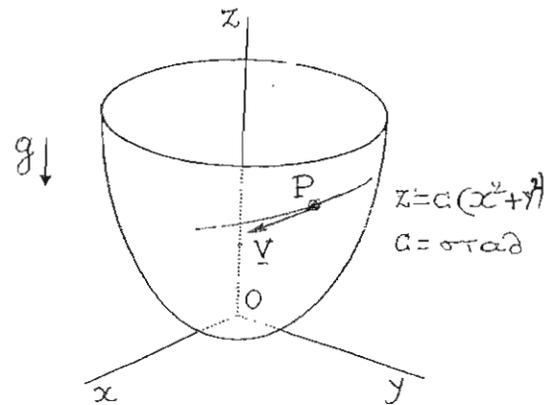
πρωτεύον

2. Σφαιρίδιο $P(m)$ κινείται επί της εσωτερικής πα-

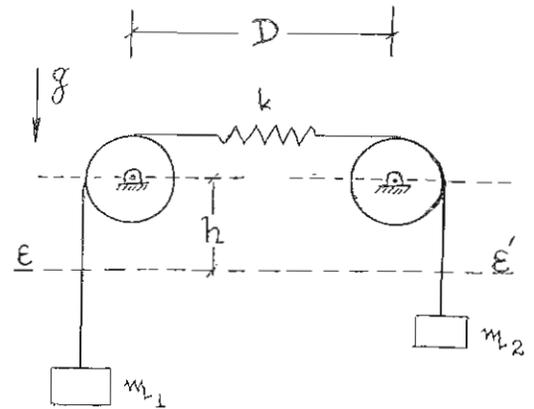
ρειάς του παραβολοειδούς

$$f(x, y, z) = z - c(x^2 + y^2) = 0$$

με αφετηρία το τυγχόν σημείο $P_0(x_0, y_0, z_0)$ και οριζόντια αρχική ταχύτητα \underline{v}_0 , ($\underline{v}_0 \cdot \underline{k} = 0$). Μεταξύ του σφαιριδίου και του παραβολοειδούς, αναπτύσσεται τριβή, η οποία δεχόμαστε ότι είναι ανάλογη (κατά τον σταθερό συντελεστή $\underline{\mu}_s$), της κάθετης συνιστώσας της δύναμης που ασκείται στο P , όποια κι αν είναι η διεύθυνση του \underline{v} . Να διατυπωθούν οι εξισώσεις κινήσεως κατά LAGRANGE και μέσω αυτών να προσδιορισθεί η δύναμη που συγκρατεί το σφαιρίδιο επί της επιφάνειας, τη στιγμή που η απόσταση του από το επίπεδο Oxy , γίνεται μέγιστη.



3. Το ελατήριο στο μηχανισμό του σχήματος είναι γραμμικό με σταθερά k , και έχει ελεύθερο μήκος L_0 όταν οι δύο μάζες ευρίσκονται στο οριζόντιο επίπεδο $\varepsilon - \varepsilon'$. Να προσδιορισθούν οι θέσεις ισορροπίας του συστήματος και ακολούθως να εξετασθεί το είδος της ισορροπίας (ευσταθής - ασταθής) μέσω των γραμμικοποιημένων στις εν λόγω θέσεις, εξισώσεων Lagrange. ($m_1 \neq m_2$, $R_1 = R_2 = R$, $I_1 = I_2 = I = MR^2/2$)



4. Στο σύστημα του σχήματος να περιγραφεί η κίνηση των ανηρτημένων μαζών μέσω των κανονικών εξισώσεων HAMILTON. Οι υμάντες αναρτήσεως είναι μη εκτατοί, οι δε τροχαλίες, που είναι όμοιες ανά δύο ($\rho_1 = \rho_3$, $\rho_2 = \rho_4$, $2\rho_1 = \rho_2$) λειτουργούν χωρίς τριβή.

$$l_1 = l_3, \quad l_2 = l_4$$

