

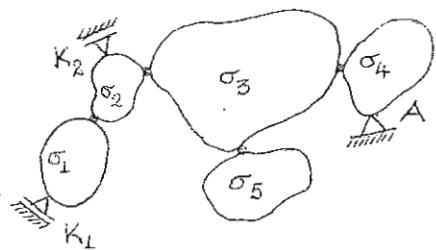
Σχολή Ε.Μ.Φ.Ε.
Τομέας Μηχανικής

Μάθημα . Αναλυτική Δυναμική (Επαναληπτική Εξέταση)
(Ακαδ. Έτος 2006 – 2007)

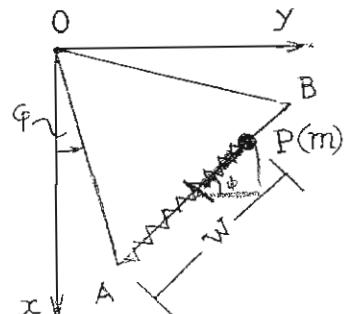
Διδάσκων : Α. Μαυραγάνης

Ονοματεπώνυμο εξεταζομένου :

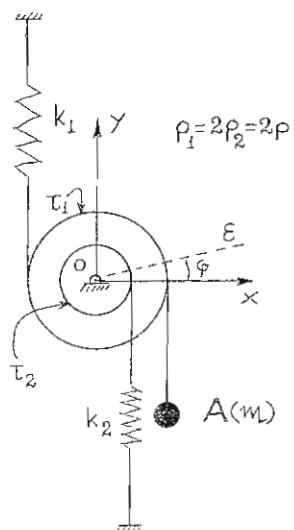
1. Το αρθρωτό σύστημα των στερεών του σχήματος, αποτελείται από πέντε επίπεδους δίσκους (σ_k), $k = 1, 2, \dots, 5$, τρεις από τους οποίους στηρίζονται επί ενός επιπέδου (ε) μέσω των κυλίσεων K_1, K_2 και της αρθρώσεως A . Ο τρόπος σύνδεσης των σωμάτων και η στήριξη του συστήματος επιτρέπει την κίνησή του εντός του (ε). Πόσους βαθμούς κινητότητας ως προς το (ε) έχει συνολικά το σύστημα; Εάν το επίπεδο (ε) κινείται εντός αδρανειακού πλαισίου με σταθερή ταχύτητα $\underline{v}_\varepsilon = \text{σταθ.}$, πόσα ολοκληρώματα της κίνησης απαιτούνται για την πλήρη περιγραφή της συμπεριφοράς του συστήματος, σχετικά με το αδρανειακό πλαίσιο;



2. Λεπτή στερεά ράβδος AB μάζης M μπορεί να αιωρείται περί το σημείο O από το οποίο αναρτάται μέσω δύο αβαρών συρμάτων, με ίμηκη ίσα προς $AB = a$. Επί της ράβδου ταλαντούται με τη βοήθεια γραμμικού ελατηρίου σταθεράς k , μικρή σφαίρα $P(m)$. Αν το ελεύθερο μήκος του ελατηρίου είναι ίσο προς $a/2$, να δοθούν οι εκφράσεις των γενικευμένων δυνάμεων του συστήματος για μικρές αποκλίσεις του OA από την κατακόρυφο και ακολούθως να γραφούν οι εξισώσεις κινήσεως (κατά Lagrange ή Hamilton) και το ολοκλήρωμα Jacobi.



3. Οι δύο τροχαλίες του σχήματος είναι στερεωμένες η μία επί της άλλης κατά τρόπον ώστε να περιστρέφονται περί το κοινό κέντρο τους O ως ένα σώμα, κατά την αυτήν γωνία ϕ . Αν τα δύο ελατήρια είναι γραμμικά με σταθερές k_1 και k_2 και έχουν το ελεύθερο μήκος τους όταν ο άξονας (ε) συμπίπτει με τον Ox , ήτοι όταν $\phi = 0$, να δειχθεί μέσω του φορμαλισμού Lagrange, ο ταλαντωτικός χαρακτήρας της κίνησης του σώματος A . Οι τριβές που αναπτύσσονται στο σύστημα θεωρούνται αμελητέες.



4. Στο σχήμα εικονίζεται ο μηχανισμός για την εναλλαξική εκπομπή φωτεινών σημάτων από δύο λαμπτήρες A και B . Αποτελείται από τις λείες τροχαλίες T_1, T_2, T_3 με ακτίνες $\rho, \rho, 2\rho$ αντίστοιχα, τις δύο ίσες μάζες $m_1 = m_2 = \bar{m}$ και δύο "ιππείς" όμοιους μεταξύ τους, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Οι "ιππείς" φέρουν οπή από την οποίαν διέρχεται το νήμα των τροχαλίων (μη εκτατό), συγκρατούνται δε καθώς κατέρχονται εναλλάξ, από το σταθερό έδρανο (ε), κλείνοντας έτσι το εικονιζόμενο ηλεκτρικό κύκλωμα υπέρ του ενός ή του άλλου λαμπτήρα. Την ίδια στιγμή ο άλλος "ιππέας" παρασύρεται από την ανερχόμενη μάζα και κινείται μαζί της μέχρις ότου σταματήσουν και οι δύο σε κάποιο σημείο, για να αναστραφεί αμέσως μετά η κίνηση, οπότε θα σβήσει ο μέχρι τη στιγμή εκείνη αναμμένος λαμπτήρας και θ' ανάψει ο άλλος. Να γίνει περιγραφή της κίνησης του συστήματος κατά Lagrange για αμελητέα κινητική ενέργεια των τροχαλίων και μηδενικές τριβές και να δοθεί δικαιολογημένη απάντηση στην ερώτηση αν η κίνηση είναι περιοδική ή όχι. Πόσος είναι ο χρόνος λειτουργίας των λαμπτήρων όταν η κίνηση εκτελείται με αρχικές συνθήκες $y_{10} = y_{20} = -\beta$, $\dot{y}_{10} = -\dot{y}_{20} = v_0$;

