

# ΣΧΟΛΗ Ε.Μ.Φ.Ε. - Ε.Μ.Π. - ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

## ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ

6<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ 2011-12

4 Ιουλίου 2012 – 12:00 μμ

Διδάσκων: Σ. Μαλτέζος

Ανοιχτό μόνο το βιβλίο των μαθήματος: «Εισαγωγή στην Ανάλυση Σήματος»

Γράφετε και τα 4 από τα 5 ισοδύναμα θέματα

Διάρκεια εξέτασης: 2 ½ ώρες

**Προσοχή!** Η ύπαρξη κινητών τηλεφώνων, iPhone, iPad και συναφών συσκευών (ενεργοποιημένων ή μη) σε ορατό σημείο στη θέση του εξεταζόμενου κατά τη διάρκεια του διαγωνισμάτος είναι αιτία μηδενισμού.

### Θέμα 1<sup>ο</sup>

I) Να καθορίσετε κατά πόσο τα συστήματα που περιγράφονται από τις ακόλουθες σχέσεις εισόδου-εξόδου είναι χρονικά αμετάβλητα, αιτιατά ή γραμμικά.

a)  $y(t) = x(\sqrt{t})$ .

b)  $y(t) = e^{x(2t)}$ .

II) Η σχέση εισόδου-εξόδου ενός συστήματος που παρουσιάζει ανάδραση εξόδου (ηχώ) είναι:  $y(t) = x(t) + \alpha y(t-T)$ , όπου  $x(t)$  αιτιατό και  $0 < \alpha < 1$ .

1/2 a) Να υπολογίσετε την κρουστική του απόκριση  $h(t)$  εργαζόμενοι στο πεδίο του χρόνου.

b) Να εξετάσετε αν το σύστημα είναι ευσταθές κατά ΦΕΦΕ (Φραγμένης Εισόδου - Φραγμένης Εξόδου).

### Θέμα 2<sup>ο</sup>

I) Τα σήματα εισόδου  $x(t)$  και εξόδου  $y(t)$  ενός γραμμικού, χρονικά αμετάβλητου συστήματος

συνδέονται μέσω της ακόλουθης ολοκληρωτικής εξίσωσης:  $\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) e^{-\alpha(t-\tau)^2} d\tau = y(t)$ . Αν  $y(t) = e^{-bt^2}$  με

$\alpha, b > 0$  και  $\alpha \neq b$ , να βρείτε το σήμα εισόδου  $x(t)$  με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Fourier.

II) Ένα σύστημα πρώτης τάξης με ανάδραση περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση διαφορών:

$$y(n) = \alpha y(n-1) + bx(n) + x(n-1), \quad \alpha, b \in \mathbb{R}, |\alpha| < 1$$

a) Να βρεθεί η σχέση μεταξύ των  $\alpha$  και  $b$  έτσι ώστε η απόκριση συχνότητας να είναι σταθερή και ίση με τη μονάδα, δηλαδή  $|H(e^{j\omega})| = 1$  (άρα χωρίς παραμόρφωση πλάτους). Υπάρχει ωστόσο παραμόρφωση φάσης; Δώστε το σκεπτικό της απάντησής σας.

b) Να βρείτε την έξοδο  $y(n)$  του συστήματος αν  $\alpha = 1/2$  και  $x(n) = (1/2)^n u(n)$ .

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

$$R[\delta(n)] = R[u(n)] - R[u(n-1)]$$

$$h(n) = S(n) - S(n-1)$$

### Θέμα 3<sup>ο</sup>

I) Θεωρείστε ένα σήμα  $y(t) = x(t) + \sin \frac{\pi}{T_s} t + 3 \sin \frac{4\pi}{T_s} t$  στο οποίο πρόκειται να πραγματοποιηθεί δειγματοληψία με συγκεκριμένη περίοδο δειγματοληψίας  $T_s$ . Υποθέστε ότι το σήμα  $x(t)$  έχει φάσμα κατά Fourier  $|F(\omega)| = A(\omega) = 0$  για  $\omega \geq \omega_c$  και ότι η  $T_s$  είναι κατάλληλη για την ασφαλή (μοναδική) ανακατασκευή μόνο του  $x(t)$  με βάση το θεώρημα δειγματοληψίας.

a) Ποια συνθήκη ικανοποιεί η περίοδος δειγματοληψίας  $T_s$ ; Γράψτε την αναλυτική έκφραση του σήματος  $y$  ως συνάρτηση του διακριτού χρόνου λόγω της δειγματοληψίας.

β) Είναι η περίοδος δειγματοληψίας  $T_s$  κατάλληλη για την ασφαλή ανακατασκευή του σήματος  $y(t)$  ή ενδεχομένως εμφανίζεται το σφάλμα της επικάλυψης (διφορούμενη δειγματοληψία) και αν ναι, γιατί; Εξηγείστε αυτό που διαπιστώνετε με χρήση ενός πρόχειρου διαγράμματος.

II) Υποθέστε ότι σε αρμονικό σήμα  $x(t) = A \sin(\omega t)$  πραγματοποιείται δειγματοληψία με περίοδο  $T = 1$  και προκύπτει το σήμα  $x(n) = A \sin(\omega n)$ . Θεωρείστε τις ακόλουθες τιμές συχνότητας του αρχικού σήματος:  $\omega = \pi/4$ ,  $\omega = \pi/2$ ,  $\omega = \pi$ ,  $\omega = 9\pi/4$ ,  $\omega = 7\pi/2$ .

a) Για ποιες τιμές συχνότητας η δειγματοληψία είναι κατάλληλη σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας;

β) Για ποια ζεύγη συχνοτήτων δημιουργείται σφάλμα επικάλυψης των σημάτων; Δικαιολογήστε επαρκώς την απάντησή σας και στα δύο ερωτήματα.

### Θέμα 4<sup>ο</sup>

Η κρούστική απόκριση ενός συστήματος είναι  $h(n) = \alpha^n u(n) + b\alpha^{n-1} u(n-1)$ .

α) Να βρείτε την απόκριση συχνότητας  $H(\omega)$ .

β) Να καθορίσετε τη διαφοροεξίσωση που συσχετίζει το σήμα εισόδου  $x(n)$  με το σήμα εξόδου  $y(n)$ .

γ) Είναι το σύστημα αιτιατό; Για ποιες τιμές των παραμέτρων  $\alpha$  και  $b$  θα είναι ευσταθές κατά ΦΕΦΕ;

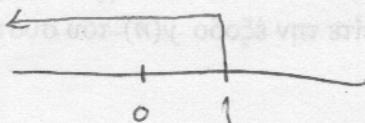
### Θέμα 5<sup>ο</sup>

Ένα γραμμικό, χρονικά αμετάβλητο σύστημα περιγράφεται από την ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς:

$H(z) = \frac{z^{-1} + z^{-2}}{(1 - \alpha z^{-1})(1 + bz^{-1})}$ . Αν το σήμα εισόδου είναι  $x(n) = 5u(n)$ , να βρείτε το σήμα εξόδου  $y(1)$  χωρίς να προσδιορίσετε το  $y(n)$ ,  $\forall n$ .

Υπόδειξη: Χρησιμοποιείστε την ιδιότητα της παραγώγισης καθώς και το θεώρημα της αρχικής τιμής του μετασχηματισμού  $Z$  για ένα σήμα  $f(n)$  διακριτού χρόνου:  $f(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$ , όπου  $F(z) = Z[f(n)]$ .

$$n-1 \leq 0 \Rightarrow n \leq 1$$



Καλή Επιτυχία!