



## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ II

των σπουδαστών της

Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

(Δευτέρα, 18 Σεπτεμβρίου 2006, ώρα 08:30)

**Διδάσκοντες:** Πάζης-Καλλιμασιώτης Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ  
Κουρκουλής Σταύρος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

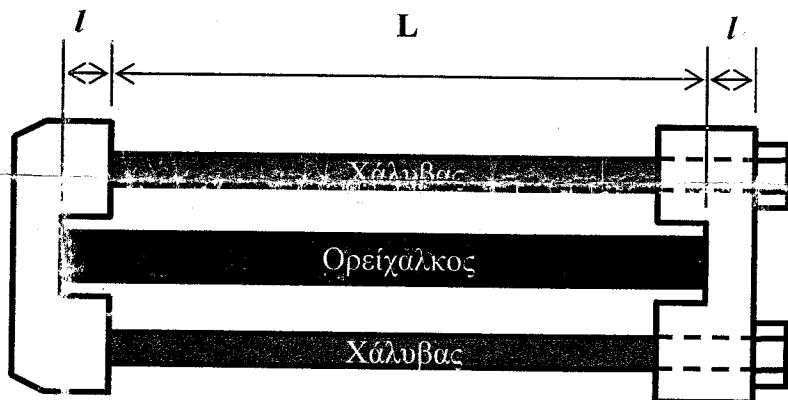
Οδηγίες προς τους εξεταζομένους:

- Η διάρκεια της εξέτασης είναι **3 ώρες**.
- Το φύλλο εξετάσεων αποτελείται από δύο σελίδες και περιέχει **5 (πέντε) ζητήματα**.
- Απαντήστε στα ζητήματα 1, 2 και 3 και σε ένα από τα 4 ή 5. Η βαθμολογία κάθε ζητήματος αναγράφεται στην αντίστοιχη εκφώνηση.
- Να απαντάτε αποκλειστικά και μόνον σε ότι ζητείται δικαιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις. Αδικαιολόγητες απαντήσεις δεν λαμβάνονται υπ' όψιν και δημιουργούν αρνητική εικόνα κατά την βαθμολόγηση.
- Η τελική βαθμολογία είναι συνάρτηση της συνολικής εμφάνισης του γραπτού σας.

ZΗΤΗΜΑ 1<sup>ο</sup> (25 μονάδες)

Στη διάταξη του Σχ.Z1 τρεις ισομήκεις ράβδοι (οι εξωτερικές από χάλυβα και η εσωτερική από ορείχαλκο) είναι παγιδευμένες μεταξύ δύο απολύτως ανενδύτων καπακιών. Το εμβαδό της διατομής της ορειχάλκινης ράβδου είναι διπλάσιο από το αντίστοιχο των χαλύβδινων ράβδων. Στους 20 °C η διάταξη είναι ελεύθερη τάσεων.

- Η θερμοκρασία αυξάνει κατά ΔT. Να ευρεθούν οι τάσεις στις ράβδους συναρτήσει του ΔT.
- Σε ποια θερμοκρασία θα επέλθει η πρώτη αστοχία κάποιας ράβδου;



Σχ.Z1

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T$$

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot A}$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Δίνεται:

Για τον χάλυβα:  $E=200 \text{ GPa}$ ,  $\alpha_T=12 \times 10^{-6}/\text{°C}$ ,  $\sigma_y=200 \text{ GPa}$   
Για τον ορείχαλκο:  $E=100 \text{ GPa}$ ,  $\alpha_T=18 \times 10^{-6}/\text{°C}$ ,  $\sigma_y=80 \text{ GPa}$

ZΗΤΗΜΑ 2<sup>ο</sup> (30 μονάδες)

Σώμα από όλκιμο υλικό, με  $E=200 \text{ GPa}$ ,  $v=0.3$  και τάση διαρροής σε διάταξη  $\tau_y=150 \text{ MPa}$ , καταπονείται με δύο διαφορετικές φορτίσεις. Η πρώτη δημιουργεί σε σημείο P του σώματος επίπεδη εντατική κατάσταση, η οποία σε σύστημα Pxyz δίνεται από τις τάσεις  $\sigma_{xx}=250 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{yy}=150 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{xy}=50 \text{ MPa}$ . Η δεύτερη φόρτιση δημιουργεί στο ίδιο σημείο P επίπεδη κατάσταση, η οποία σε σύστημα P'x'y'z' δίνεται από τις παραμορφώσεις  $\epsilon_{xx}=-1.625 \times 10^{-3}$ ,  $\epsilon_{yy}=-9.75 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon_{xy}=3.25 \times 10^{-4}$ . Το σύστημα P'x'y'z' προκύπτει από το Pxyz με θετική στροφή  $\theta=45^\circ$  περί τον άξονα Pz. Υπόλυγίστε:

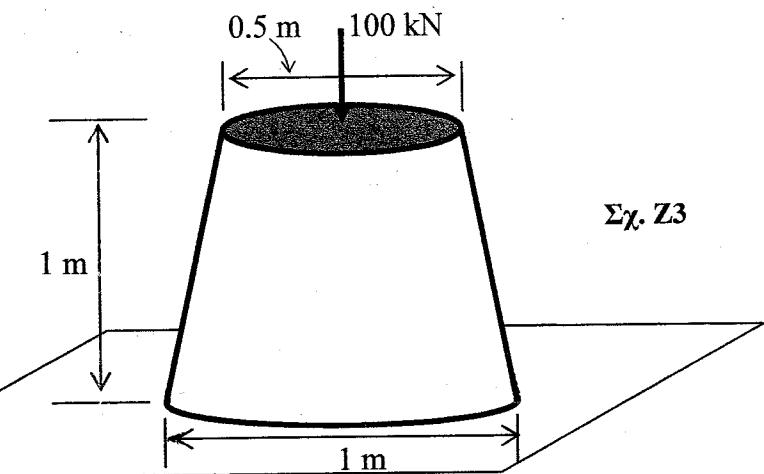
- Τις κύριες τάσεις και τη μέγιστη διατμητική τάση για την πρώτη καταπόνηση.
- Τις κύριες τάσεις και τη μέγιστη διατμητική τάση για τη δεύτερη καταπόνηση.
- Τις κύριες τάσεις και τις κύριες παραμορφώσεις καθώς και τις διευθύνσεις των κυρίων αξόνων όταν το σώμα καταπονείται ταυτόχρονα και με τις δύο φορτίσεις.
- Δείξτε ότι αν η πρώτη και η δεύτερη φόρτιση δρουν ανεξάρτητα δεν έχουμε αστοχία. Τι συμβαίνει όταν δρουν ταυτόχρονα και οι δύο φορτίσεις; Ποια περίπτωση είναι πιο επικίνδυνη; Όταν οι φορτίσεις δρουν ανεξάρτητα ή όταν δρουν ταυτόχρονα;

### ZHTHMA 3<sup>o</sup> (20 μονάδες)

Κόλουρος κώνος από γραμμικώς ελαστικό υλικό με  $E=2 \text{ GPa}$ ,  $v=0.3$  και ειδικό βάρος  $80 \text{ kN/m}^3$  φορτίζεται με θλιπτική δύναμη  $F=100 \text{ kN}$ , ομοιόμορφα κατανεμημένη στην πάνω βάση. Να προσδιορισθούν οι τελικές διαστάσεις του σώματος. Ποια είναι η τελική μορφή του σώματος;

Δίνεται:

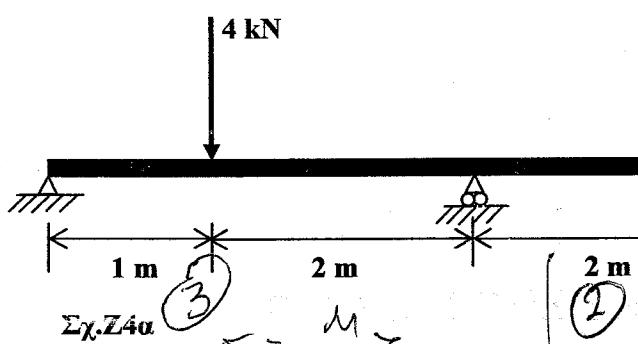
$$V_{\text{kónou}} = (\text{Εμβαδόν βάσεως})(\text{Υψος})/3$$



Σχ. Z3

### ZHTHMA 4<sup>o</sup> (25 μονάδες)

Δοκός από υλικό βάρους  $q=2 \text{ kN/m}$  στηρίζεται σε άρθρωση και κύλιση και καταπονείται σε κάμψη, όπως φαίνεται στο Σχ.Z4a. Τα υλικά της δοκού έχει τάση διαρροής σε εφελκυσμό  $50 \text{ MPa}$  και τάση διαρροής σε θλίψη  $125 \text{ MPa}$ . Να ευρεθεί η ελάχιστη επιτρεπτή τιμή της διάστασης  $b$  της διατομής (Σχ.Z4β) ώστε η δοκός να φέρει με ασφάλεια τη δεδομένη φόρτιση (συντελεστής ασφαλείας 1.5).



### ZHTHMA 5<sup>o</sup> (25 μονάδες)

Λεπτή χαλύβδινη πλάκα ΑΒΓΔ, σχήματος ρόμβου (Σχ.Z5) έχει μήκος πλευράς  $a=1 \text{ m}$  και πάχος  $t=1 \text{ cm}$ . Οι τέσσερες πλευρές της πλάκας, εντονός, φορτίζονται με ομοιόμορφα κατανεμημένες ορθές και διατμητικές τάσεις κάθετες στον άξονα  $z$  και έτσι στην πλάκα έχουμε ομογενές εντατικό πεδίο. Μετά τη φόρτιση οι πλευρές της πλάκας επιμηκύνθηκαν κατά  $\Delta a=0.975 \text{ mm}$  ενώ το πάχος δεν μεταβλήθηκε. Για το υλικό της πλάκας δίνεται ότι  $E=200 \text{ GPa}$  και  $v=0.3$ .

- Υπολογίστε τη μεταβολή του μήκους των διαγωνίων, τη μεταβολή της ορθής γωνίας  $AOB$  και τη μεταβολή του όγκου της πλάκας.
- Υπολογίστε τις ορθές και διατμητικές τάσεις που εφαρμόζονται στις πλευρές της πλάκας, καθώς και τις κύριες τάσεις στην πλάκα.

### ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

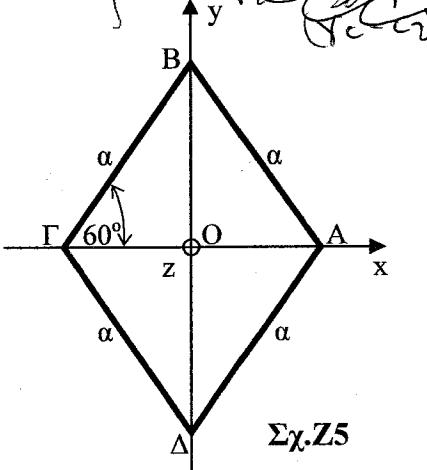
$$(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = 2\sigma_y^2, \quad \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_y, \quad I_{zz} = I_{z_c z_c} + (\text{Εμβαδόν}) \cdot d^2$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - v(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})], \quad \varepsilon_{xy} = \frac{v+1}{E} \sigma_{xy},$$

$$\sigma_{I,II} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$$\sigma'_{xx,yy} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\theta \pm \sigma_{xy} \sin 2\theta,$$

$$\sigma'_{xy} = -\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\theta + \sigma_{xy} \cos 2\theta$$



Σχ.Z5