



3^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΧΟΛΗΣ ΕΜΦΕ

ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ

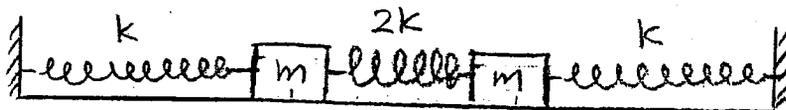
26/2/2004

Διδάσκοντες: Κ. Παπαδόπουλος (Α-Λ), Ε. Φωκίτης (Μ-Ω)

Βιβλία - Σημειώσεις κλειστά. Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα. Απαντήστε σε τέσσερα θέματα από τα πέντε. Διάρκεια 2.5 ώρες.

Θέμα 1^ο

Δύο σώματα μάζας m είναι συνδεδεμένα με τρία ελατήρια με σταθερές ελατηρίου k , $2k$ και k αντίστοιχα όπως φαίνεται στο σχήμα και κινούνται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές



- Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης κάθε μάζας για μικρές μετατοπίσεις
- Υπολογίστε τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος σαν συνάρτηση της παραμέτρου $\omega_0^2 = k/m$
- Βρείτε το λόγο των πλατών ταλάντωσης των δύο σωμάτων για κάθε ιδιοσυχνότητα του συστήματος

Θέμα 2^ο

Ένα αρμονικό οδεύον κύμα διαδίδεται σε μια χορδή με γραμμική πυκνότητα $\rho = 0,125 \text{ kg/m}$. Αν η απομάκρυνση δίδεται από την εξίσωση $\psi = 0,1 \cos(4,0t - 10z)$ να υπολογιστούν οι κάτωθι παράμετροι της κυματικής κίνησης (οι τιμές των μεγεθών αναφέρονται στο σύστημα SI)

- Πλάτος, συχνότητα, φασική ταχύτητα και μήκος κύματος
- Η μέγιστη εγκάρσια ή σωματιδιακή ταχύτητα και επιτάχυνση της χορδής
- Η σύνθετη αντίσταση και η μέση ισχύς που διαδίδεται στη χορδή

Θέμα 3^ο

Η σχέση διασποράς για μια χορδή πιάνου δίδεται από την έκφραση:

$$\omega^2 = v_0^2 k^2 (1 + ak^2)$$

όπου v_0 σταθερά, k ο κυματικός αριθμός και a μια μικρή θετική σταθερά

- Υπολογίστε τη φασική και την ομαδική ταχύτητα ως συνάρτηση του k και δείξτε, ότι $v_g > v_\phi$ για κάθε k .
- Υπολογίστε τα επιτρεπτά μήκη κύματος και τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες των στάσιμων κυμάτων που μπορούν να αναπτυχθούν σε μια χορδή όταν είναι πακτωμένη και στα δύο άκρα.
- Γράψτε την πιο γενική μορφή εγκάρσιας ταλάντωσης που μπορεί να αναπτυχθεί στη χορδή και θεωρώντας ότι το μήκος της είναι $L = 1 \text{ m}$ και $a = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, υπολογίστε την ποσοστιαία αύξηση της 10^{15} ιδιοσυχνότητας σε σχέση με την αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα μιας ιδανικής χορδής ($a = 0$)

Θέμα 4^ο

Μία ελαστική χορδή με σύνθετη αντίσταση Z_1 είναι συνδεδεμένη με μια άλλη ελαστική χορδή με άγνωστη σύνθετη αντίσταση. Και οι δύο χορδές τείνονται με την ίδια τάση ενώ ένα αρμονικό οδεύον κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά στη χορδή 1 και πέφτει επάνω στην ασυνέχεια

α) Δείξτε ότι ο συντελεστής διάδοσης της μέσης ισχύος είναι $T_p = 1 - R^2$ όπου R ο συντελεστής ανάκλασης πλάτους

β) Αν θέλουμε η μέση διαδιδόμενη ισχύς να είναι το 20% της εισερχόμενης, πόση πρέπει να είναι η σύνθετη αντίσταση της δεύτερης χορδής Z_2 , ως συνάρτηση της Z_1 .

γ) Αν υπάρχουν περισσότερες λύσεις, υπολογίστε τον συντελεστή διάδοσης πλάτους για κάθε λύση και σχολιάστε σύντομα τα αποτελέσματά σας σε σχέση με τη γραμμική πυκνότητα της δεύτερης χορδής ως προς την πρώτη

Θέμα 5^ο

α) Φωτεινή δέσμη λείζερ μήκους κύματος 630nm προσπίπτει σε ένα ζεύγος σχισμών και παράγει μια εικόνα συμβολής στην οποία οι φωτεινοί κροσσοί απέχουν 8.3mm. Μια δεύτερη δέσμη παράγει εικόνα συμβολής στην οποία οι φωτεινοί κροσσοί απέχουν 7.6mm. Ποιο είναι το μήκος κύματος της δεύτερης πηγής.

β) Δύο μονοχρωματικές πηγές με διαφορά φάσης $\delta_0 = \pi/4$ ακτινοβολούν σε μήκος κύματος λ και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $f = \lambda/8$. Να δείξετε ότι η ένταση της ακτινοβολίας σε ένα μακρινό σημείο P, δίνεται από τη σχέση:

$I(\theta) = 4I_0 \cos^2(1 + (\pi/8) \sin\theta)$, όπου I_0 η ένταση της κάθε πηγής.

Υπόδειξη: Η διαφορά φάσης δ των κυμάτων στο σημείο P είναι ίση με το άθροισμα της διαφοράς φάσης των πηγών δ_0 και της διαφοράς φάσης λόγω διαφοράς απόστασης του σημείου P από τις πηγές.

Διαφορές Σχέσεις

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad \psi(z, t) = A e^{i(\omega t - kz)}, \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} Z \omega^2 A^2, \quad Z = \sqrt{T \cdot \mu}, \quad \Delta \omega \Delta t \sim 2\pi, \quad v_g = d\omega/dk$$

$$\psi(z, t) = (A \sin kz + B \cos kz) \cos(\omega t + \phi), \quad v = \omega/k$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2 N\delta/2}{\sin^2 \delta/2}, \quad T = 1 + R, \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} f \sin\theta$$

$$R = (z_1 - z_2) / (z_1 + z_2), \quad \Delta z \Delta k \sim 2\pi$$