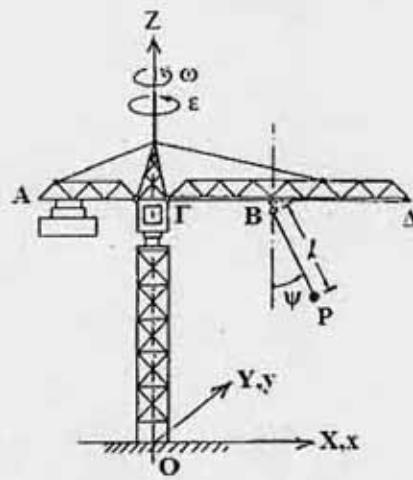


Γραπτή Εξέταση (Επαναληπτική)

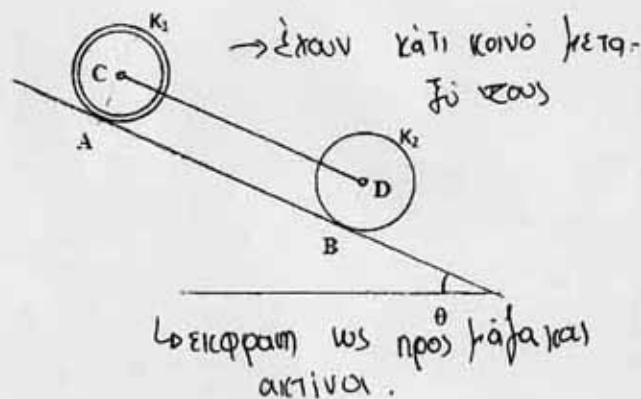
Σκληρή Κίνηση

1^ο Θέμα (33/100): Την χρονική στιγμή που απεικονίζεται στο σχήμα το οριζόντιο τμήμα ΑΓΒΔ του γερανού περιστρέφεται περί τον σταθερό κατακόρυφο άξονα ΟΖ με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 1 \text{ rad/sec}$, και γωνιακή επιτάχυνση $\varepsilon = 0.4 \text{ rad/sec}^2$. Το άκρο P της στερεάς ράβδου BP μήκους $BP = l = 2 \text{ m}$ ταλαντώνεται μόνον μέσα στο κατακόρυφο επίπεδο του γερανού, και στην δεδομένη χρονική στιγμή $\psi = 0.5236 \text{ rad}$, $\dot{\psi} = 2 \text{ rad/sec}$ με φορά προς τα έξω, και $\ddot{\psi} = 0$. Να υπολογιστεί η απόλυτη ταχύτητα $v_a = v_{ax}\hat{i} + v_{ay}\hat{j} + v_{az}\hat{k}$ και η απόλυτη επιτάχυνση $\gamma_a = \gamma_{ax}\hat{i} + \gamma_{ay}\hat{j} + \gamma_{az}\hat{k}$ του σημείου P. Δίνεται ότι $GB = 3 \text{ m}$. ΟXYZ: ακίνητο σύστημα αναφοράς. OxyZ: κινούμενο σύστημα αναφοράς. Στην δεδομένη χρονική στιγμή τα OXYZ και OxyZ συμπίπτουν.

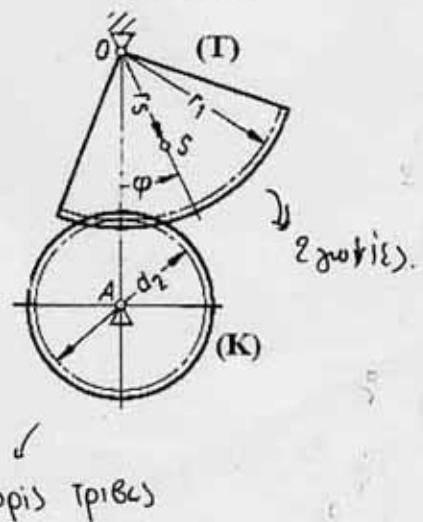


Όλη η κίνηση

2^ο Θέμα (34/100): Οι κύλινδροι K_1 με κέντρο C και K_2 με κέντρο D συνδέονται με την αβαρή αμφιαρθρωτή ράβδο CD και κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν (επαρκώς μεγάλος συντελεστής τριβής) επί του κεκλιμένου επιπέδου γωνίας θ , υπό την επίδραση του βάρους τους. Ο κύλινδρος K_1 είναι κοιλός και έχει ακτίνα R και μάζα m η οποία είναι συγκεντρωμένη δόλη στην περιφέρειά του. Ο κύλινδρος K_2 είναι συμπαγής και ομογενής και έχει την ίδια ακτίνα R και την ίδια μάζα m. Να υπολογιστεί η αξονική δύναμη N που αναπτύσσεται στην αμφιαρθρωτή ράβδο CD. Είναι εφελκυστική ή θλιπτική; (Ροπή αδρανείας κυλινδρού K_2 : $I_2 = mR^2/2$).



3^ο Θέμα (34/100): Το τεταρτοκύκλιο (Τ) με μάζα m_1 και ακτίνα r_1 μπορεί να ταλαντώνεται χωρίς τριβή περί την άρθρωση O από την οποία αναρτάται. Ο ομογενής κυκλικός δίσκος (Κ) μάζας m_2 και ακτίνας r_2 , μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβή περί το κέντρο του A που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με την άρθρωση O. Οι περιφέρειες του τεταρτοκυκλίου και του δίσκου φέρουν ίδιους οδόντες (γρανάζια) που είναι εμπλεγμένοι μεταξύ τους έτσι ώστε η μία περιφέρεια να κυλίεται επί της άλλης χωρίς ολίσθηση. Κατ' αυτό τον τρόπο, κατά την



ταλάντωσή του, το τεταρτοκύκλιο παρασύρει τον δίσκο σε περιστροφή.

Χρησιμοποιώντας θεωρία εξισώσεων Lagrange να διατυπωθεί η διαφορική εξίσωση της μικρής ελεύθερης ταλάντωσης του συστήματος. Ποια είναι η ιδιοσυχνότητα ω_n του συστήματος ; (Θέση κέντρου μάζης S του τεταρτοκυκλίου: $OS = r_s = 0.6002 r_1$, ροπή αδρανείας του τεταρτοκυκλίου: $I_O = \frac{m_1 r_1^2}{2}$, ροπή αδρανείας του δίσκου: $I_A = \frac{m_2 r_2^2}{2}$)
