



- 1^o) A) Εσω χ.η. (Ω, \mathcal{F}, P) και συστήμα $\{A_n : n=1,2,\dots\} \subset \mathcal{F}$. Διήθετε ότι
αν $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) < \infty$ τότε $P(\limsup A_n) = 0$
- B) Εσω ένα π.τ. π ρ όπου δύο διατάξιμα σύνολα "πιλίγια" και "πλευρά",
ισοπίθανα. Προσδιορίστε έναν χώρο πλευρώντας (Ω, \mathcal{F}, P) παρέπειρρο με
το π.τ. Η: δικριτές πλευρές του π.τ. π. Προσδιορίστε τα
συστήματα A_n : η περίθετη διαδοχής επιτοχιών αρχής για φίλονα
από την $n+1$ -η πλευρά. ($n=1,2,\dots$). Διήθετε ότι η πλευρά
τα πραγματικούς απόριτους συχνά για A_n είναι μετανομασία.
- 2^o) Εσω (Ω, \mathcal{F}, P) χ.η. και ωχαλικό μεταβολές $\{X_n : n=1,2,\dots\}$, X.
a) Διθετε τον αριθμό της μετα πλευρώντα πλευρές $X_n \xrightarrow{P} X$
b) Διήθετε την μετα πλευρώντα πλευρές το αριθμό X ανα μεταβολέα
αριθμίστε με το μέτρο P.
i) Διθετε τον αριθμό της μετα Νόρου πλευρές $X_n \xrightarrow{D} X$.
ii) Αν $X_n \sim \mathcal{U}\left(-\frac{1}{n}, +\frac{1}{n}\right)$, $n=1,2,\dots$ και $X \sim \mathcal{U}(0,1)$ διήθετε
τι $X_n \xrightarrow{D} X$. Τι αναπαραγγέλνετε με το μεταβολέα των αριθμών
 X την μετα Νόρου πλευρές;
- 3^o) A) Εσω \mathcal{B} με μετα σημείων πλούσιων του Ω στον (Ω, \mathcal{F}) μετέβαση χώρα
με $\mathcal{F} = \sigma(\mathcal{B})$. Υποθέτουμε ότι η σημείων \mathcal{B} είναι κρυσταλλική με την
πεπερασμένη σχέση μετα στη δύο μέτρα πλευρώντας P_1, P_2 αριθμίστε
την \mathcal{F} σύμφωνα με την ιδιότητα: $P_1(A) = P_2(A)$ με κάθε $A \in \mathcal{B}$.
Διήθετε ότι τα μέτρα P_1, P_2 αριθμίσταν στην \mathcal{F} .
B) Εσω P_1, P_2 μέτρα πλευρώντας στον (Ω, \mathcal{B}) με την ιδιότητα:
 $P_1((-\infty, x]) = P_2((-\infty, x])$ με κάθε $x \in D$ στον D που περιλαμβάνει Ω .
Διήθετε ότι $P_1 = P_2$ στο \mathcal{B} .
- 4^o) A) Αν π T.η. X είναι σταθερή σε διήθετε ότι $X_n \xrightarrow{D} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{P} X$.
B) Εσω χ.η. (Ω, \mathcal{F}, P) με r.h. $\{X_n : n=1,2,\dots\} \subset \mathcal{F}$ με $P(X_n = -n^2) =$
 $P(X_n = n^2) = \frac{1}{2}$ \mathbb{P}^n , $n=1,2,\dots$ στον \mathbb{R} . Υποθέτουμε ότι οι
T.η. X_n , $n=1,2,\dots$ είναι κυρτότερες. Για ποιες τιμές των σ
ισχύει π I.N.M.A.;