

$$w_1 + w_2 + \dots + w_{n-1}$$

ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ ΚΑΙ ΚΩΔΙΚΩΝ

$$0 \leq 1 - \sum_{i=1}^n w_i r^{-i}$$

Φεβρουάριος 2005

ΘΕΜΑ 1. (α) Να δείξετε ότι μία αναγκαία και ικανή συνθήκη για την ύπαρξη ενός στίγματος κώδικα με μήκη κωδικών λέξεων l_1, l_2, \dots, l_n , είναι: $\sum_{i=1}^n r^{-l_i} \leq 1$, όπου r είναι το μέγεθος του κωδικού αλφαριθμητου.

(β) ~~Νίκη~~ Μία πηγή πληροφορίας έχει τρία σύμβολα με πιθανότητες $p_1 \geq p_2 \geq p_3$. Να δείξετε ότι ένας δυαδικός κώδικας Huffman για την πηγή αυτή έχει μέσο μήκος $2 - p_1$.

ΘΕΜΑ 2. ~~Νίκη~~ Μία πηγή πληροφορίας παράγει έξι διαφορετικά σύμβολα $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ με αντίστοιχες πιθανότητες 0.55, 0.20, 0.15, 0.05, 0.03, 0.02. Να βρεθεί ο αντίστοιχος δυαδικός κώδικας με τις μεθόδους των Fano και Gilbert – Moore. Να συγχριθούν οι αποδοτικότητες των δύο κωδίκων.

(β) Έστω C ένας στίγματος δυαδικός κώδικας που περιέχει τις κωδικές λέξεις 0 και 10. Πόσες το πολύ επιπλέον κωδικές λέξεις μήκους 5 μπορούμε να προσθέσουμε στον κώδικα αυτόν; Να κατασκευάσετε τον κώδικα με αυτές τις επιπλέον κωδικές λέξεις.

ΘΕΜΑ 3. (α) Έστω C ο δυαδικός κώδικας Hamming $\text{Ham}(r, 2)$, $r \geq 2$. Να δείξετε ότι η ελάχιστη απόσταση του C είναι 3.

(β) Έστω C δυαδικός γραμμικός κώδικας με γεννήτορα πίνακα

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{array}{c} \overset{4 \times 7}{\downarrow} \\ \downarrow \\ \begin{array}{c} 2^3 = 8 \\ 2^4 = 16 \end{array} \end{array}$$

Να κατασκευάσετε τον πίνακα αναφοράς των συνδρόμων, και να αποκωδικοποιήσετε το διάνυσμα 0000011.

ΘΕΜΑ 4. (α) Έστω C ένας δυαδικός γραμμικός κώδικας. Με C_0 συμβολίζουμε τον υποκώδικα του C που αποτελείται από όλες τις κωδικές λέξεις άρτιου βάρους, και με \bar{C} τον επεκταμένο κώδικα. Να δείξετε ότι

$$(i) W_{C_0}(z) = \frac{1}{2} (W_C(z) + W_C(-z))$$

$$(ii) W_{\bar{C}}(z) = \frac{1}{2} ((1+z)W_C(z) + (1-z)W_C(-z))$$

(β) Να βρείτε όλους τους δυαδικούς κυκλικούς κώδικες μήκους 4 και να γράψετε τον γεννήτορα πίνακα του καθενός από αυτούς.

Διάρκεια εξέτασης: $2\frac{1}{2}$ ώρες.

Fano

$$\begin{aligned} & \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\} \\ \{P_1\} & \rightarrow 0 \quad \{P_3, P_4, P_5, P_6\} \rightarrow 1 \\ \{P_3\} & \rightarrow 0 \quad \{P_1, P_5, P_6\} \rightarrow 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{P_4\} \rightarrow 0 \quad \{P_5, P_6\} \rightarrow 1 \\ \{P_5\} & \rightarrow 0 \quad \{P_6\} \rightarrow 1 \end{aligned}$$