



ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ  
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ (ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ)

των σπουδαστών της  
Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών  
(Παρασκευή, 25 Αυγούστου 2006, ώρα 12:00)

Διδάσκοντες: Πάζης-Καλλιμασιώτης Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ  
Κουρκουλής Σταύρος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

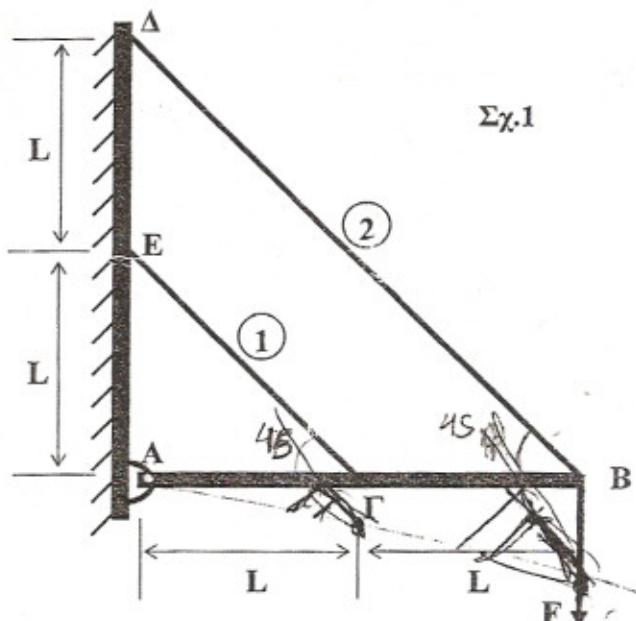
Οδηγίες προς τους εξεταζόμενους:

- Η διάρκεια της εξετασης είναι 3 ώρες.
- Το φύλλο εξετάσεων αποτελείται από δύο σελίδες και περιέχει 5 (πέντε) ζητήματα.
- Απαντήστε στα ζητήματα 1, 2 και 3 και σε ένα από τα 4 ή 5. Η βαθμολογία κάθε ζητήματος αναγράφεται στην αντίστοιχη εκφρώνηση.
- Να απαντάτε αποκλειστικά και μόνον σε ότι ζητείται δικαιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις. Αδικαιολόγητες απαντήσεις δεν λαμβάνονται υπ' όψιν και δημιουργούν αρνητική εικόνα κατά την βαθμολόγηση.
- Η τελική βαθμολογία είναι συνάρτηση της συνολικής εμφάνισης των γραπτού σας.

ZΗΤΗΜΑ 1<sup>ο</sup> (20 μονάδες)

Αβαρής και απολύτως άκαμπτη δοκός AB μήκους  $2L=2m$  (Σχ.1) στηρίζεται οριζόντια με άρθρωση στο A και δύο αρχικώς αφόρτιστες κυλινδρικές ράβδους EG και BD κατασκευασμένες από το ίδιο ελαστικό - απολύτως πλαστικό υλικό ( $E=200 \text{ GPa}$ ,  $\sigma_y=150 \text{ MPa}$ ). Το εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής της ράβδου 1 είναι  $100 \text{ mm}^2$ , ενώ αυτό της ράβδου 2 είναι  $150 \text{ mm}^2$ . Στο σημείο B ασκείται κατακόρυφη δύναμη F, η οποία αυξάνει σταδιακά.

- Να υπολογισθεί η τιμή της F που μόλις προκαλεί αστοχία σε μία από τις δύο ράβδους και η αντίστοιχη κατακόρυφη μετατόπιση του σημείου B τη στιγμή αυτή.
- Να υπολογισθεί η τιμή της F που θα προκαλέσει κατάρρευση του συστήματος και η αντίστοιχη κατακόρυφη μετατόπιση του σημείου B τη στιγμή αυτή.

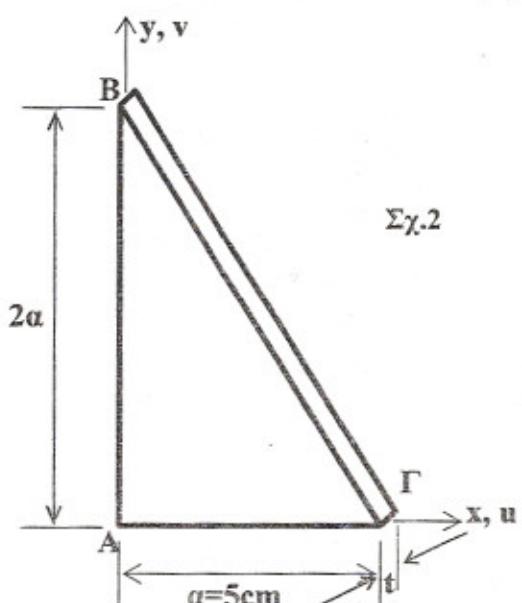


ZΗΤΗΜΑ 2<sup>ο</sup> (30 μονάδες)

Λεπτή επίπεδη τριγωνική πλάκα, πάχους  $t=1\text{mm}$ , από ομογενές και ισότροπο υλικό με  $E=200 \text{ GPa}$  και  $v=0.3$  ευρίσκεται υπό επίπεδη εντατική κατάσταση. Το πεδίο των μετατοπίσεων δίνεται από τις σχέσεις:

$$u = (x + y)^2 10^{-5} \text{ m}, \quad v = -(x + y)^2 10^{-5} \text{ m}$$

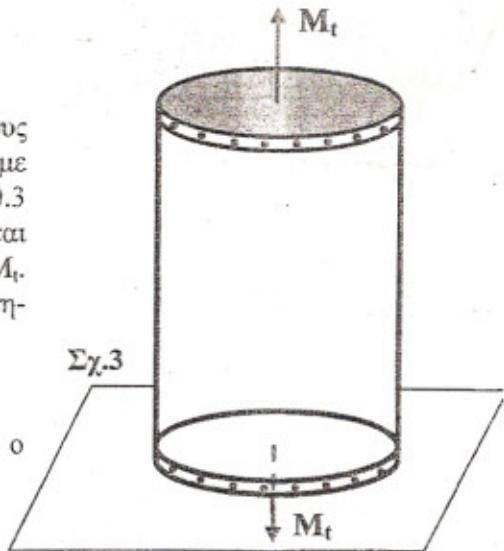
- Να ευρεθεί ο τανυστής των παραμορφώσεων  $\epsilon_{ij}$ .
- Να ευρεθούν οι ορθές και διατμητικές τάσεις κατά μήκος της πλευράς BG συναρτήσει της μεταβλητής x.
- Να ευρεθεί η συνισταμένη ορθή και η συνισταμένη διατμητική δύναμη που δρουν στην πλευρά BG.



### ZHTHMA 3<sup>o</sup> (25 μονάδες)

Λεπτότοιχος κυλινδρικός λέβητας ακτίνας  $r=25\text{cm}$ , πάχους  $1\text{mm}$  και ύψους  $L=2\text{m}$  τοποθετείται κατακόρυφα (Σχ.3). Το υλικό του λέβητα είναι όλκιμο με ειδικό βάρος  $80 \text{ kN/m}^3$ , μέτρο ελαστικότητας  $E=80\text{GPa}$ , λόγο Poisson  $\nu=0.3$  και τάση διαρροής  $\sigma_y=100 \text{ MPa}$ . Εκτός από το βάρος του ο λέβητας φορτίζεται επί πλέον με εσωτερική υδραυλική πίεση  $p=5 \text{ MPa}$  και στρεπτική ροπή  $M_t$ . Αγνοώντας το βάρος των πωμάτων καθώς και κάθε παρασιτική τάση στην στηριξη και στις ραφές των πωμάτων:

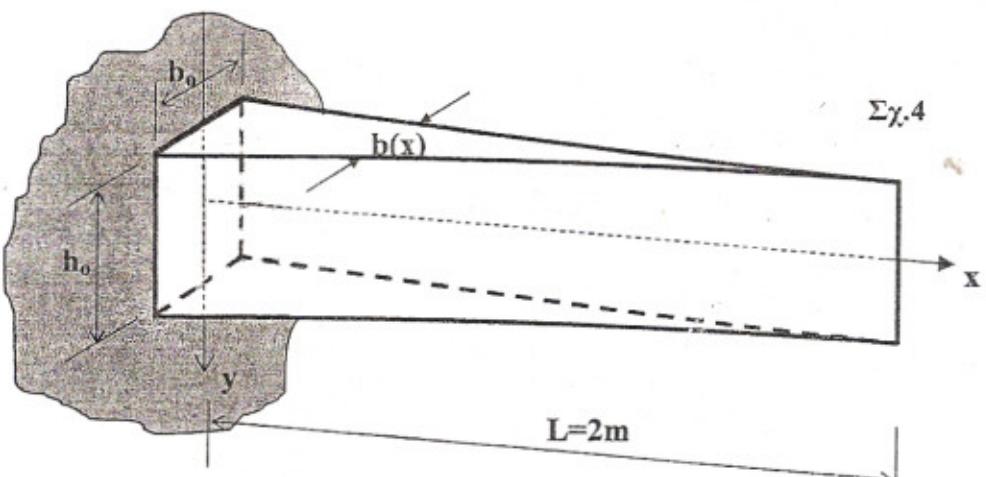
- α. Να εντοπισθούν τα πλέον επικίνδυνα να αστοχήσουν σημεία του λέβητα.
- β. Να ευρεθεί ο κύριος τανυστής των τάσεων στα σημεία αυτά.
- γ. Να υπολογισθεί η μέγιστη επιτρεπτή τιμή της  $M_t$  ώστε να μην αστοχεί ο λέβητας.
- δ. Να ευρεθεί το τελικό μήκος του λέβητα.



### ZHTHMA 4<sup>o</sup> (25 μονάδες)

Η δοκός του Σχ.4 θα φορτισθεί με ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο  $q_0=10 \text{ kN/m}$ , στο επίπεδο  $xy$ .

- α. Αν το πλάτος της δοκού στην πάκτωση είναι  $b_0=5\text{cm}$ , να ευρεθεί η συνάρτηση  $b(x)$  του πλάτους της δοκού έτσι ώστε η μεγιστηριακή τάση λόγω κάμψης να είναι σταθερή σε όλο το μήκος της δοκού.
- β. Αν η τάση διαρροής του υλικού της δοκού σε εφελκυσμό και θλίψη είναι  $240 \text{ MPa}$  να ευρεθεί η ελάχιστη τιμή του ύψους  $h_0$  ώστε η δοκός να είναι ασφαλής.
- γ. Να επιλυθεί εκ νέου το πρόβλημα στην περίπτωση που το φορτίο είναι συγκεντρωμένο στο ελεύθερο άκρο της δοκού.

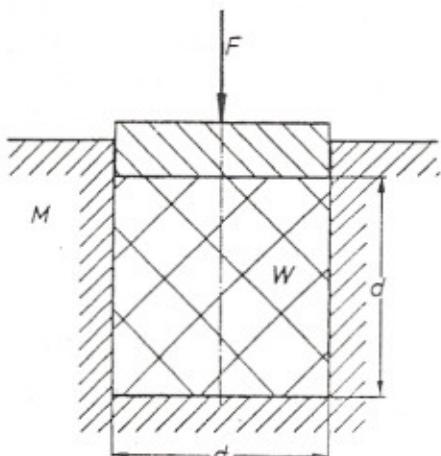


### ZHTHMA 5<sup>o</sup> (25 μονάδες)

Χάλκινος κύβος  $W$ , τοποθετείται σε εσοχή σχήματος κύβου ακμής  $d$  σώματος  $M$  από αποραμόρφωτο υλικό. Ο κύβος θλίβεται ομοιόμορφα και χωρίς τριβές με τη βοήθεια απαραμόρφωτης πλάκας με δύναμη  $F$  (Σχ.5). Σε θερμοκρασία περιβάλλοντος  $T_0$  το μήκος της ακμής του κύβου  $W$  είναι κατά  $\Delta d$  μικρότερο από το αντίστοιχο της εσοχής. Θεωρούμε τη θερμική διαστολή του σώματος  $M$  και της πλάκας θλίψης αμελητέα. Υπολογίστε την αλλάγη  $\Delta d_h$  του ύψους του κύβου κατά την διεύθυνση της  $F$  σε θερμοκρασία  $T_1$  σε σχέση με το ύψος του στην αφόρτιστη κατάσταση σε θερμοκρασία  $T_0$ .

Δίνονται:

$d=50\text{mm}$ ,  $\Delta d=0.01 \text{ mm}$ ,  $F=18\text{kN}$ ,  $T_0=20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_1=40 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $E=12.4\times10^4 \text{ N/mm}^2$ ,  $\nu=0.35$  και  $\alpha_T=16.5\times10^{-6}/\text{C}$ .



Σχ.5

### ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\sigma_{xy}^2 = \sigma_y^2, \quad \sigma_{ts} = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] + \alpha_T \Delta T, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\nu+1}{E} \sigma_{xy}, \quad \frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}$$

$$\sigma'_{xx} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\theta \pm \sigma_{xy} \sin 2\theta, \quad \sigma'_{xy} = -\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\theta + \sigma_{xy} \cos 2\theta$$