

ΣΕΜΦΕ Εξέταση Φυσικής IV

Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες

Διδάσκοντες: Γ. Ζουπάνος, Θ. Παπαδοπούλου

Ιούλιος 2004

ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

Επιλογή: το (Θέμα 1^o – A) ή το (Θέμα 1^o – B)

Θέμα 1^o – A

Θεωρείστε σωματίδιο, το οποίο περιγράφεται για $t=0$ από την κυματοσυνάρτηση $\psi(x,t=0)$. Η πιθανότητα να βρούμε ως αποτέλεσμα μιας μέτρησης τις ενέργειες E_1, E_2 είναι 60% και 40% αντίστοιχα ($E_2 > E_1$).

α) Βρείτε την έκφραση της $\psi(x,t=0)$ σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα.

β) Βρείτε την αντίστοιχη $\psi(x,t)$.

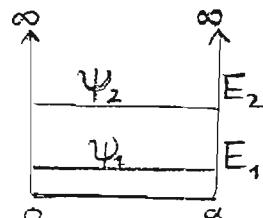
Να αποδείξετε ότι η πυκνότητα πιθανότητας $\psi^*(x,t) \psi(x,t)$ είναι περιοδική και να προσδιορίσετε την περίοδο T .

γ) Βρείτε τη σχέση μεταξύ της περιόδου T και της διαφοράς $\Delta E = E_2 - E_1$ και να την ερμηνεύσετε.

δ) Βρείτε την αναμενόμενη τιμή της Χαμιλτονιανής και να δείξετε ότι δεν αλλάζει με το χρόνο. Εξηγείστε γιατί συμβαίνει αυτό γενικότερα.

ή Θέμα 1^o – B

Λύσετε το Θέμα 1^o – A υποθέτοντας ότι το σωματίδιο βρίσκεται περιορισμένο σε “κουτί δυναμικού” με αδιαπέραστα τοιχώματα, όπως δείχνει το διπλανό Σχήμα.



Η ενέργεια E_1 αντιστοιχεί στη θεμελιώδη κατάσταση με ιδιοσυνάρτηση Ψ_1 και η ενέργεια E_2 αντιστοιχεί στην πρώτη διεγερμένη στάθμη με ιδιοσυνάρτηση Ψ_2 .

Θέμα 2^o

Ο ανισότροπος διδιάστατος αρμονικός ταλαντωτής περιγράφεται από τη Χαμιλτονιανή :

$$H = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2} m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2)$$

α) Υπολογίστε τις δυνατές ενεργειακές στάθμες του συστήματος και βρείτε τον εκφυλισμό των τριών πρώτων σταθμών στην περίπτωση που $\omega_x = \omega_y$ (ισότροπος αρμονικός ταλαντωτής).

β) Στην περίπτωση του ισότροπου αρμονικού ταλαντωτή, βρείτε την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης υποθέτοντας $\Delta p \approx p$, $\Delta x \approx x$ και γενικά $\Delta r \approx r$, κάνοντας χρήση της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg.

Θέμα 3^o

$$\omega \cdot \hbar = E \Rightarrow \omega = \frac{E}{\hbar} = \frac{P^2}{2m\hbar} = \frac{\hbar k^2}{2m\hbar} = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

α) Θεωρείστε ένα ελεύθερο μη σχετικιστικό ηλεκτρόνιο του οποίου η κυματοσυνάρτηση περιγράφεται από την εξίσωση του Schrödinger.

Ποια είναι η σχέση διασποράς; $w = \frac{h}{\lambda}$

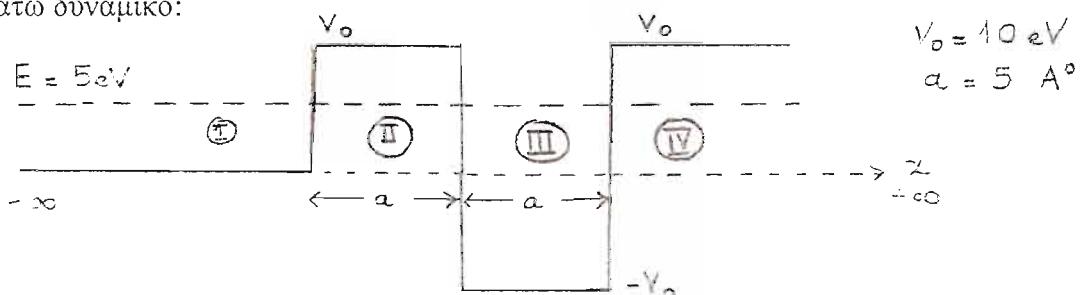
Εξηγείστε με βάση τη σχέση διασποράς γιατί η κυματοσυνάρτηση διασπείρεται.

β) Θεωρείστε ένα σχετικιστικό ελεύθερο ηλεκτρόνιο. Ποια θα είναι η σχέση διασποράς σε αυτή την περίπτωση;

Με συλλογισμούς αντίστοιχους με εκείνους που οδήγησαν στην εξίσωση Schrödinger για την περίπτωση του μη σχετικιστικού σωματιδίου, να βρείτε την αντίστοιχη εξίσωση για το σχετικιστικό σωματίδιο.

Θέμα 4^o

Ηλεκτρόνιο με ενέργεια 5 eV κινείται σε μία διάσταση και προσπίπτει από αριστερά στο παρακάτω δυναμικό:



α) Γράψετε τις φυσικά παραδεκτές λύσεις της εξίσωσης Schrödinger στις περιοχές I, II, III και IV και εξηγήστε τι παριστάνει από φυσική άποψη κάθε όρος αυτών των λύσεων. Σχεδιάστε ποιωτικά το πραγματικό μέρος της λύσης της εξίσωσης Schrödinger σε όλες τις περιοχές.

β) Στις περιοχές όπου η λύση έχει ταλαντούμενη μορφή βρείτε τα αντίστοιχα μήκη κύματος (σε Å). $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

γ) Βρείτε την έκφραση του συντελεστή ανάκλασης στην περιοχή I με τη χρήση της πυκνότητας των ρευμάτων πθανότητας J_L, J_R . $R = \left| \frac{B}{A} \right|^2$

δ) Υπολογίστε προσεγγιστικά το συντελεστή διάδοσης από την περιοχή I στην περιοχή III. $T_{1 \rightarrow 3} = e^{-2k_2 \cdot a}$

ε) Δηλώστε σε ποιες περιοχές έχουμε κβαντίσμενες ενεργειακές καταστάσεις και σε ποιες συνεχόμενες.