

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ Ακ. έτους 2017 - 2018**  
**ΦΥΣΙΚΗ I**  
 3 Σεπτεμβρίου 2018

Να γράψετε ΚΑΙ τα τέσσερα ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ θέματα.

Διδάσκοντες: Κ. Φαράκος Καθηγητής ΣΕΜΦΕ, Κ. Κουσουρής, Επ. Καθηγητής ΣΕΜΦΕ. Χρόνος εξέτασης: 2.5 ώρες

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

Ένα υλικό σημείο μάζας  $m$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο σε σπειροειδή τροχιά η οποία περιγράφεται, σε πολικές συντεταγμένες  $(r, \theta)$ , από τις εξισώσεις  $r(t)=r_0(1-\lambda t)$  και  $\theta(t)=2\pi t/T$  όπου  $r_0, T$  είναι γνωστές σταθερές. Το σώμα φτάνει στην αρχή των αξόνων έχοντας ολοκληρώσει ακριβώς μία περιστροφή  $(\theta=2\pi)$ .

- α) Να βρείτε τη σταθερά  $\lambda$ .
- β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος σε πολικές και καρτεσιανές συντεταγμένες.
- γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σώματος τις χρονικές στιγμές  $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$  και να παραστήσετε γραφικά την τροχιά (ποιοτικά). Επίσης, να ζωγραφίσετε το διάνυσμα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T$ .
- δ) Να βρείτε την ισχύ της δύναμης που ασκείται στο σώμα και το εξαναγκάζει να κινείται σε αυτή την τροχιά, καθώς και το έργο της στο χρονικό διάστημα  $[0, T]$ .

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο  $(x, y)$  με ταχύτητα  $\vec{v}_0=v_0\hat{x}$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα διασπάται σε τρία θραύσματα ίσης μάζας τα οποία έχουν ταχύτητες  $\vec{v}_1=v_1\hat{y}, \vec{v}_2=-v_2\hat{x}, \vec{v}_3=v_3(\hat{x}-\hat{y})/\sqrt{2}$ . Η κινητική ενέργεια  $K_\theta$  των θραύσμάτων είναι  $K_\theta=49K_0/3$ , όπου  $K_0$  είναι η αρχική κινητική ενέργεια.

- α) Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων των θραύσμάτων (συναρτήσει της  $v_0$ ) και να παραστήσετε γραφικά τα διανύσματα αυτών.
- β) Αν θεωρήσουμε ως αρχή των αξόνων το σημείο της διάσπασης, να βρείτε τα διανύσματα θέσης των θραύσμάτων θεωρώντας ότι αυτά διατηρούν σταθερή ταχύτητα μετά τη διάσπαση.
- γ) Να βρείτε το διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας των θραύσμάτων και την ταχύτητα αυτού. Σχολιάστε το αποτέλεσμα.
- δ) Να βρείτε τις ταχύτητες των θραύσμάτων στο σύστημα κέντρου μάζας και να τις παραστήσετε γραφικά.

**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

Σώμα μάζας  $m$  κινείται στις θετικές τιμές του άξονα  $x$  υπό την επίδραση διατηρητικής δύναμης με δυναμική ενέργεια  $U(x)=-mA/x+mB/x^2$ , όπου  $A, B$  είναι θετικές σταθερές.

- α) Να βρείτε το σημείο ισορροπίας  $x=x_0$  και να το χαρακτηρίσετε ως προς την ευστάθειά του.
- β) Να παραστήσετε γραφικά τη δυναμική ενέργεια.
- γ) Να βρείτε την περίοδο των μικρών ταλαντώσεων γύρω από το σημείο ισορροπίας.
- δ) Αν το σώμα έχει συνολική ενέργεια  $E=\sqrt{3}U(x_0)/2$  να βρείτε τα όρια της κίνησης. Πόση κινητική ενέργεια χρειάζεται το σώμα ώστε να διαφύγει σε άπειρη απόσταση, αν βρίσκεται στη θέση  $x=2x_0$ ;

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Κυκλική πλατφόρμα μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  περιστρέφεται οριζόντια με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Ο. Ένας άνθρωπος μάζας  $m$  ξεκινάει να τρέχει ακτινικά από το Ο με σταθερή ταχύτητα  $v$  ως προς την πλατφόρμα την χρονική στιγμή  $t=0$ .

- α) Βρείτε την απόσταση του ανθρώπου από το Ο συναρτήσει του χρόνου και την ταχύτητα του ως προς έναν αδρανειακό παρατηρητή Π στο κέντρο Ο της πλατφόρμας.
- β) Βρείτε την στροφορμή του συστήματος πλατφόρμα-άνθρωπος συναρτήσει του χρόνου.
- γ) Πόση δύναμη ασκεί ο άνθρωπος στην πλατφόρμα καθώς τρέχει ακτινικά;
- δ) Να υπολογίσετε την ροπή που ασκείται από έναν εξωτερικό μηχανισμό στο συστήμα ώστε αυτό να διατηρεί σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου:  $I=\frac{1}{2}MR^2$ .