

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ Ι
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΛΕΥΤΕΡΗΣ ΠΑΠΑΝΤΩΝΟΠΟΥΛΟΣ

I.1) α) Θεωρείστε μία γραμμική σχέση μεταξύ της θερμομετρικής ποσότητας X και της θερμοκρασίας T

$$X = aT + b.$$

Τυποθέστε ότι τα σημεία βρασμού και ψύξης, 100^0 και 0^0 αντίστοιχα, χρημιμοποιούνται ως σταθερά σημεία. Δείξετε ότι

$$T = 100 \left[\frac{X - X_\beta}{X_\gamma - X_\beta} \right].$$

β) Εάν η θερμομετρική συνάρτηση είχε επιλεγεί ως

$$T = a \ln X + b,$$

δείξετε ότι

$$T = 100 \left[\frac{\ln(X/X_\beta)}{\ln(X_\gamma/X_\beta)} \right].$$

I.2) Χρησιμοποιώντας την καταστατική εξίσωση Dieterici

$$P = \frac{RT}{v - b} e^{-a/RTv},$$

α) βρείτε τις εκφράσεις των καταστατικών μεταβλητών στο χρίσμα σημείο και την αριθμητική τιμή της ποσότητας $RT_C/P_C v_C$.

β) Κάνοντας χρήση της κυκλικής σχέσης βρείτε τον συντελεστή επέκτασης β μίας ουσίας που ακολουθεί την καταστατική εξίσωση του Dieterici.

γ) Σε μεγάλες θερμοκρασίες και μεγάλους ειδικούς όγκους όλα τα αέρια προσομοιάζονται με ιδανικά αέρια. Δείξετε ότι για μεγάλα T και v η έκφραση του συντελεστή β στο ερώτημα β) γράφεται όπως η καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων.

I.3) Ελέξετε εάν τα διαφορικά είναι τέλεια. Για αυτά που είναι τέλεια βρείτε την συνάρτηση $z(x, y)$

$$\begin{aligned} dz &= 2x \ln y dx + (x^2/y) dy \\ dz &= (y-1)dx + (x-3)dy \\ dz &= (2y^3 - 3x)dx - 4xydy. \end{aligned}$$

I.4) α) Δείξετε ότι $dz = ydx + (x + 2y)dy$ είναι τελειο και ολοκληρώνοντας το βρείτε την $z(x, y)$.

β) Δείξετε ότι $dz = xdx + (x + 2y)dy$ είναι μη-τέλειο.

γ) Ολοκληρώστε τα πάρα πάνω διαφορικά με φορά ορολογιού σένα τρίγωνο που έχει κορυφές τα σημεία $(0,0), (1,1), (0,1)$.

I.5) Βρείτε έναν ολοκληρωτικό παράγοντα μ και ολοκληρώστε την $dw = \mu dz$, όπου

$$dz = (ycos^3x - 1)dx + sinx cos^2 x dy.$$

I.6) Ένα ιδανικό αέριο αρχικά σε θερμοκρασία T_1 και πίεση P_1 συμπιέζεται με διαδικασία αντιστρέψιμη με ένα έμβολο σένα όγκο πού είναι το μισό του αρχικού όγκου. Η θερμοκρασία του αερίου μεταβάλλεται κατά την διάρκεια της συμπίεσης έτσι ώστε σε κάθε στιγμή η σχέση $P = AV$ να ικανοποιείται με A σταθερό.

α) Σχεδιάστε την διαδικασία στο $P - V$ επίπεδο.

β) Βρείτε την τελική θερμοκρασία T_2 ως συνάρτηση της T_1 .

γ) Βρείτε το έργο που παρέχεται στο αέριο ως συνάρτηση των n, R, T_1 .

I.7) Όγκος $10m^3$ περιέχει $8kg$ οξυγόνου σε θερμοκρασία $300K$. Βρείτε το απαραίτητο έργο για την ελάττωση του όγκου σε $5m^3$

α) Με σταθερή πίεση.

β) Με σταθερή θερμοκρασία.

γ) Ποιά είναι η θερμοκρασία στο τέλος της α) διαδικασίας;

δ) Ποιά είναι η πίεση στο τέλος της β) διαδικασίας;

ε) Σχεδιάστε και τις δύο διαδικασίες στο $P - V$ επίπεδο.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΙΙ
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΛΕΥΤΕΡΗΣ ΠΑΠΑΝΤΩΝΟΠΟΥΛΟΣ

I.1) Ένα ιδανικό αέριο υπόκειται σε αδιαβατική αναστρέψιμη επέκταση από μία αρχική κατάσταση (T_1, v_1) σε μία τελική κατάσταση (T_2, v_2) .

α) Δείξετε ότι

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = (\gamma - 1)\ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$$

όπου γ είναι ο λόγος των ειδικών θερμοχωρητικοτήτων.

β) Εάν $T_2/T_1 = 2/5$ και $v_2/v_1 = 2$, δείξετε ότι η τελική κατάσταση δεν είναι απόρρεια μίας αρχικής κατάστασης μέσω αδιαβατικής και αναστρέψιμης διαδικασίας σε οποιοδήποτε γνωστό ιδανικό αέριο.

I.2) Η ειδική θερμοχωρητικότητα σε σταθερή πίεση ενός αερίου μεταβάλλεται με την θερμοκρασία σύμφωνα με την έκφραση

$$c_p = a + bT - \frac{c}{T^2},$$

όπου a, b, c είναι σταθερές. Πόση θέρμοτητα μεταφέρεται σε μία ισοβαρική διαδικασία στην οποία ένα kilomole αερίου υπόκειται σε αύξηση θερμοκρασίας από T σε $2T$;

I.3) Η ειδική εσωτεροκή ενέργεια ενός van der Waals αερίου δίδεται από

$$u = u_0 + c_v T - \frac{a}{v},$$

όπου u_0 , c σταθερές.

α) Βρείτε μια έκφραση για τον συντελεστή Joule n . Δείξετε ότι $n = 0$ εάν $a=0$.

β) Βρείτε μια έκφραση για την ειδική ενθαλπεία h ως συνάρτηση των v και T .

γ) Δείξετε ότι ο συντελεστής Joule-Thomson μ είναι

$$\mu = \frac{\kappa}{c_p} \frac{RTv}{(v-b)} - \frac{v}{c_p}.$$

δ) Υπολογίστε τον συντελεστή ισοθερμικής συμπίεσης κ για το αέριο van der Waals.

ε) Δείξετε ότι εάν $a = b = 0$ τότε $\kappa = v/RT$ και $\mu = 0$.

I.4) Κατά την διάρκεια μερκών κύκλων, μία αναστρέψιμη μηχανή δουλεύει μεταξύ τριών θερμοκρασιακών δεξαμενών. Απορροφάει θερμοκρασία Q_1 joules από την δεξαμενή σε θερμοκρασία T_1 , επίσης απορροφάει Q_2 joules από την δεξαμενή σε θερμοκρασία T_2 , παρέχει Q_3 joules στην δεξαμενή σε θερμοκρασία T_3 και παράγει W joules μηχανικού έργου. Εάν $T_1 = 400K, T_2 = 200K, T_3 = 300K, Q_1 = 1200J, W = 200J$ βρείτε τα Q_2, Q_3 .

I.5) Βρείτε μια έκφραση για την εντροπία ενός ιδανικού αερίου

α) Ως συνάρτηση των T και V .

β) Ως συνάρτηση των T και P .

Υποθέστε ότι οι ειδικές θερμοχωρητικότητες του αερίου είναι σταθερές.

I.6) Θεωρείστε ένα van der Waals αέριο.

α) Δείξετε ότι c_v είναι μόνο συνάρτηση της T .

β) Δείξετε ότι η ειδική εσωτερική ενέργεια είναι

$$u = \int c_v dT - a/v + u_0 .$$

γ) Δείξετε ότι η ειδική εντροπία είναι

$$s = \int \frac{c_v}{T} dT + R \ln(v - b) + s_0 .$$