

**ΘΕΜΑ 1 (2M)**

Η γωνία Bragg για κάποια ανάκλαση ακτίνων X από δείγμα σκόνης χαλκού είναι  $47.75^\circ$  σε θερμοκρασία  $20^\circ\text{C}$  και  $46.60^\circ$  σε θερμοκρασία  $1000^\circ\text{C}$ . Υπολογίστε το συντελεστή γραμμικής διαστολής του χαλκού. Υπενθυμίζεται ότι ο συντελεστής γραμμικής διαστολής ορίζεται ως η ποσοστιαία (%) μεταβολή του μήκους για μια θερμοκρασιακή μεταβολή  $\Delta T$ , διαιρεμένη με τη μεταβολή  $\Delta T$ .

**ΘΕΜΑ 2 (3.5M)**

Θεωρείστε το πρότυπο των ισχυρά δέσμιων ηλεκτρονίων σε ένα στερεό δομής bcc. Θεωρείστε ότι η ηλεκτρονική δομή του στερεού προκύπτει από την αλληλεπίδραση ατομικών τροχιακών  $s$ ,  $\phi_s$ , με ενέργεια  $E_0$ , εντοπισμένων σε κάθε άτομο του κρυστάλλου.

(α) Δείξτε ότι η σχέση διασποράς της ενέργειας,  $E = E(\mathbf{k})$ , [ $\mathbf{k}$ : κυματόνισμα Bloch,  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ ] δίνεται

$$E(\mathbf{k}) = E_0 - A - 8B \cos\left(\frac{k_x a}{2}\right) \cos\left(\frac{k_y a}{2}\right) \cos\left(\frac{k_z a}{2}\right)$$

όπου  $a$  η πλεγματική σταθερά του κρυστάλλου, και  $A, B$  τα ολοκληρώματα επικάλυψης:

$$A = -\int \phi_s(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) \phi_s^*(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) d^3r,$$

$$B = -\int \phi_s(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_m) \phi_s^*(\mathbf{r} - \mathbf{R}_m) d^3r$$

όπου  $\mathbf{R}_n, \mathbf{R}_m$  είναι διανύσματα Bravais του bcc, τα οποία αντιστοιχούν σε ατομικές θέσεις πλησιέστερων γειτόνων.

(β) Υπολογίστε το εύρος της παραπάνω ενεργειακής ζώνης.

(γ) Δείξτε ότι για μικρές τιμές του, δηλαδή για  $k = |\mathbf{k}| \ll 1$ , η ενέργεια  $E(\mathbf{k})$  είναι ανάλογη του  $k^2$ . Δίνεται:

$$\cos(t) = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots$$

**ΘΕΜΑ 3 (1.5M)**

Υπολογίστε την φωνονική πυκνότητα καταστάσεων για ένα 1Δ στερεό το οποίο περιγράφεται από το πρότυπο Debye. Θεωρήστε δεδομένη την ταχύτητα διάδοσης του ήχου  $c$ . Αν υποθέσουμε ότι το 1Δ στερεό περιέχει  $N$  άτομα, υπολογίστε την αντίστοιχη συχνότητα Debye  $\omega_D$ .

**ΘΕΜΑ 4 (3M)**

Ημιαγωγός, σε θερμοκρασία δωματίου ( $kT \approx 25 \text{ meV}$ ), έχει ενεργές πυκνότητες καταστάσεων  $N_C = 8 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_V = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  και ενδογενή συγκέντρωση φορέων, στην ίδια θερμοκρασία, ίση με  $n_i = 8 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ .

(α) Να υπολογιστεί η τιμή του ενεργειακού χάσματος του υλικού, σε θερμοκρασία δωματίου, και η απόσταση της στάθμης Fermi από τη ζώνη σθένους σε θερμοκρασία δωματίου.

(β) Αν το ενεργειακό χάσμα μεταβάλλεται γραμμικά με τη θερμοκρασία, με ρυθμό  $-0.5 \text{ meV/K}$ , να υπολογίσετε την ενδογενή συγκέντρωση φορέων σε θερμοκρασία  $200^\circ\text{C}$ .

(γ) Στην μπροστινή επιφάνεια του ημιαγωγού εμφυτεύουμε προσμίξεις τύπου Δότες, με συγκέντρωση  $N_D = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , μέχρι βάθος μερικά μικρόμετρα. Να υπολογιστεί, στην περιοχή εμφύτευσης, η απόσταση της στάθμης Fermi από τη ζώνη σθένους σε θερμοκρασία δωματίου, θεωρώντας ότι υπάρχει ολικός ιονισμός των προσμίξεων.

(δ) Να υπολογισθεί η τάση επαφής, ανάμεσα στην ενδογενή (καθαρή) περιοχή και στην περιοχή με τις προσμίξεις, και να σχεδιασθεί ένα σκαρίφημα των ενεργειακών ζωνών κατά μήκος των δύο περιοχών.