



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ και ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επαναληπτική εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι 9 Σεπτεμβρίου 2015

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες. Απαντήστε σε όλα τα θέματα.

Διδάσκοντες: Κ.Φαράκος, Ρ.Βλαστού-Ζάννη

Θέμα 1.

Ομοιογενής, μη εκτατή, αλυσίδα μήκους L και μάζας m είναι τοποθετημένη έτσι ώστε ένα τμήμα της, μήκους $x > 0$ να κρέμεται από την άκρη ενός οριζόντιου τραπέζιού, ενώ το υπόλοιπο είναι απλωμένο σε ευθεία γαμμή στην επιφάνεια του τραπέζιού, με το οποίο έχει συντελεστές τριβής $\mu_{\sigma} = \mu_{\kappa\tau} = \mu$. Η αλυσίδα αισθάνεται κατακόρυφο πεδίο βαρύτητας g .

- (α) Βρείτε τη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιεί το μήκος $x = x_0$, ώστε η αλυσίδα να είναι ακίνητη.
- (β) Τη χρονική στιγμή $t=0$ το x γίνεται μεγαλύτερο του x_0 ώστε η αλυσίδα να αρχίσει να κινείται. Να γράψετε την εξίσωση κίνησης και να υπολογίσετε την ταχύτητα $v(x)$ ως συνάρτηση του x .
- (γ) Επιλύνοντας την $dx/dt = v(x)$, με βάση τις αρχικές συνθήκες και τα αποτελέσματα του προηγούμενου ερωτήματος, να υπολογίσετε τον συνολικό χρόνο που χρειάζεται η αλυσίδα για να εγκαταλείψει το τραπέζι.

(Δίνεται: $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \frac{\ln(2ax + b + 2\sqrt{a(ax^2 + bx + c)})}{\sqrt{c}}$)

Θέμα 2. $\frac{d}{dx} \left(\frac{F_1}{x} \right)$

Σωματίδιο μάζας m κινείται κατά μήκος του άξονα θετικού άξονα x υπό την επίδραση μιας σταθερής ελκτικής δύναμης F_1 και μιας απωστικής δύναμης F_2/x^2 .

- (α) Υπολογίστε τη συνάρτηση δυναμικής ενέργειας $U(x)$ και σχεδιάστε την πρόχειρα.
- (β) Δείξτε ότι υπάρχει θέση ευσταθούς ισορροπίας και υπολογίστε τη συχνότητα ταλάντωσης για μικρές μετακινήσεις γύρω από αυτήν.
- (γ) Εάν το σωματίδιο αποκτήσει μέγιστη κινητική ενέργεια $K_0 = 1/2mv_0^2$ υπολογίστε την ταχύτητα ως συνάρτηση της θέσης x . Σχεδιάστε πρόχειρα στο ίδιο διάγραμμα την ολική ενέργεια, την κινητική ενέργεια και τη δυναμική ενέργεια, ως συνάρτηση του x .

$$(\vec{F}_1 \times \vec{F}_2)^2 = 0$$

$$F_1 x^2 - \varepsilon x \sqrt{F_1 F_2} + F_2 = 0$$

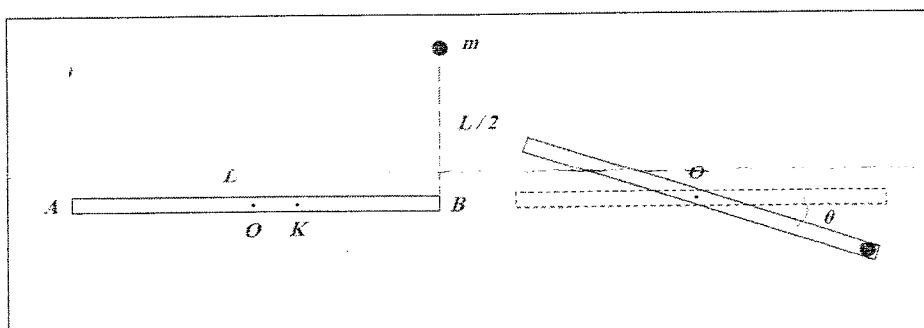
Θέμα 3.

Η γραμμική πυκνότητα (μάζα ανά μονάδα μήκους) μιας λεπτής ράβδου AB μήκους L , δίνεται από τη σχέση $\lambda(x) = \frac{2m}{L} \left(\frac{3}{2} + \frac{x}{L} \right)$, όπου x η απόσταση από το κέντρο O της ράβδου.

- (α) Να υπολογίσετε τη μάζα M της ράβδου, την απόσταση του κέντρου μάζας K της ράβδου από το O , καθώς και τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το O .

Η ράβδος μπορεί να περιστραφεί γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο O και είναι κάθετος σε αυτήν. Μια σημειακή μάζα m βρίσκεται αρχικά ακίνητη σε ύψος $L/2$ πάνω από το άκρο B της ράβδου και αφήνεται ελεύθερη να πέσει με μηδενική αρχική ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή $t=0$, η ράβδος είναι στιγμιαία ακίνητη σε οριζόντια θέση και η μάζα συγκρούεται πλαστικά με το άκρο B της ράβδου στο οποίο και σφηνώνεται.

- (β) Υπολογίστε τη γωνιακή ταχύτητα ω_0 του συστήματος ράβδου και σημειακής μάζας αμέσως μετά την κρούση.
 (γ) Δείξτε ότι κατά την κρούση η μισή κινητική ενέργεια της m μετατρέπεται σε θερμότητα.
 (δ) Υπολογίστε τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδου και σημειακής μάζας κατά την κίνηση που θα επακολουθήσει, ως συνάρτηση της γωνίας θ περιστροφής του συστήματος.



Θέμα 4.

$$\frac{3}{2} \frac{U_0}{L} = \omega_0^2 \quad \frac{1}{2} \frac{mv_0^2}{L} = \frac{mL}{3} \frac{v_0^2}{L}$$

$$= \frac{3}{2} \sqrt{\frac{g}{L}} \text{ rad/s}$$

Σώμα με μάζα m ολισθαίνει γύρω από μια οριζόντια στεφάνη ακτίνας R υπό την επίδραση δύναμης τριβής $\bar{F}_T = -\lambda \bar{n}$ όπου λ θετική σταθερά. Αν v_0 η αρχική ταχύτητα, να υπολογίσετε:

- (α) Την ταχύτητα του σώματος ως συνάρτηση του χρόνου και να δείξετε ότι η στροφορμή του σώματος ως το κέντρο O της στεφάνης δίνεται από την έκφραση $\bar{L} = \bar{L}_0 e^{-\lambda t/m}$.
 (β) Την κεντρομόλο επιτάχυνση και να δείξετε ότι η κεντρομόλος δύναμη δεν επηρεάζει τη μεταβολή της στροφορμής.

Καλή επιτυχία

ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΔΕΝ ΕΠΙΤΡΕΠΕΤΑΙ Η ΧΡΗΣΗ ΚΙΝΗΤΟΥ ΤΗΛΕΦΩΝΟΥ ή ΟΠΟΙΑΣΔΗΠΟΤΕ ΆΛΛΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΣΥΣΚΕΥΗΣ ΜΕ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ.