

**Διαφορική Γεωμετρία καμπύλων και επιφανειών  
(Ιούνιος 2018)**

**Θέμα 1.** Για την έλλειψη  $c : r(t) = (a \cos t, b \sin t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq b$ :

(a) υπολογίστε την προσπρασμένη καμπυλότητα  $\bar{\kappa}(t)$ . (1μ)

(8) Βρείτε την ενεύθυμενη καμπάνη  $\gamma$  :  $\rho(t)$ . 10.5μ

(ν) Βρείτε τις καρυφές. (1μ)  $(L_N - \mu^2 c_0)$  (0.4 εποχές)

**Θέμα 2.** Για την επιφάνεια  $\Phi : f(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)$ :  $(0,0,0)$  ουγούτω

(α) δείξτε πως το σημείο  $\tau_1 = f(0,0)$  είναι ομφαλικό. (1μ)

(β) Βρείτε τη γεωδαισιακή καμπυλότητα της καμπύλης  $c : r(t) = f(t, t)$  στο  $A \equiv f(0, 0)$ . 10.5μ

(γ) Βρείτε τις γραμμές καμπυλόησας πς. (1μ)

1- $\epsilon$  0.050 TIO $\rightarrow$ TII, approximation ( $\Rightarrow$ ),  $P_{\text{magnet}}$

$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \delta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ } (u, v) \in U \equiv \text{πλεξικό ανοιγμά} \subseteq \mathbb{R}^2$ . Λείξτε πως η

**Θέμα 3.** (a) Έστω  $f(u, v) = (u, v, u^2 - v^2)$ ,  $(u, v) \in U =$  συνεχώς, αινιχώ  $\subseteq \mathbb{R}^2$ . Βάση της (1)

αποτελεί παραμέτρηση ενός  $C^\infty$ -μαθηματικού επιφανείας  $\Phi$ . Κατωτά συντομότερα τα δύο πρώτα:

(2) Αριθμητικός προσπεκτικός  $\Phi$ :  $f(u, v) \equiv (u, v, 0)$ ,  $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ , η γεωδαιτική

**Θέμα 4.** (d) Να βρείτε το επιλάχιστο μήκος  $L$  που μπορεί να έχει κανουναί, αυθή, κλιεστή, επικεδη καμπύλη

$c : r(t)$ , όπου να περικλείεται στο εσωτερικό της εμβαδού του ιουνάγιου  $\frac{\pi}{4}$ . Απαντήστε στο ίδιο ερώτημα, οπαν το  $c$  διατηρεί τις συναρτήσεις της σύναψης στοιχείων  $\frac{\pi}{4}$ . (0,5μ) -Πλούταρχος

(β) Δινούνται οι επιφάνειες  $S_1 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \|x\| = 1\}$ ,  $S_2 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \|x\| = r\}$  όπου  $r > 0$ .

$f : S_1 \rightarrow S_2$  με  $f(x, y, z) = (rx, ry, -rz)$ . Ελέγχει αν η  $f$  είναι συμφορφή. (1.5μ)

Η) Ελέγξτε αν στο ερώτημα (β) υπάρχουν θετικά για τα οποία η  $\int$  είναι λορεφτική.

• Στην υπόλοιπη Ε.Ε.Ε. δεν χρειάζεται να πάρει τοποθετητές,

O<sub>2</sub> + O<sub>2</sub> → O<sub>3</sub> (Ozone)

$$\text{Optimalité} \quad \text{dav } \frac{L}{E} = \frac{M}{F} = \frac{N}{G} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{L}{E} = \frac{M}{F} = \frac{N}{G}$$