

Μαθηματική Χρηματοοικονομική Θεωρία
ΣΕΜΦΕ, 9-7-2015.

Άσκηση 1. Έστω στοχαστική οικονομία με σύνολο καταστάσεων $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ σύνολο χρονικών περιόδων $T = \{0, 1, 2\}$ και διαμερίσεις πληροφορίας

$$\Delta_0 = \{S\}, \Delta_1 = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}\}, \Delta_2 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}\}.$$

Υποθέτουμε ότι έχουμε δύο χρηματοοικονομικά συμβόλαια με αποδόσεις

$$V^1 = (0, 2, 1, 0, 3, 2, 0, 1), V^2 = (0, 2, 5, 0, 0, 1, 4, 3)$$

και τιμές

$$q^1 = (1, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 0), q^2 = (3, 2, 4, 0, 0, 0, 0, 0).$$

Να γραφούν οι εξισώσεις προϋπολογισμού για την τυχαία επένδυση z . Προσδιορίστε τον πίνακα αποδόσεων. Δώστε τον ορισμό της επένδυσης κερδοσκοπίας και εξετάστε αν υπάρχει τέτοια επένδυση.

Άσκηση 2. Έστω στοχαστική οικονομία με σύνολο καταστάσεων $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, σύνολο χρονικών περιόδων $T = \{0, 1, 2, 3\}$ και διαμερίσεις πληροφορίας $\Delta_0 = \{S\}$, $\Delta_1 = \{\{1, 2, 3, 4\}, \{5, 6, 7, 8\}\}$, $\Delta_2 = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6\}, \{7, 8\}\}$, $\Delta_3 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}\}$ και έστω χρηματοοικονομικό συμβόλαιο με αποδόσεις

$$V = (0, 10, 10, 20, 15, 15, 11, 22, 13, 14, 10, 19, 5, 14, 6),$$

ως προς τους κόμβους του δένδρου πληροφόρησης. Αν W είναι δικαίωμα αγοράς που εγγράφεται στη μετοχή τη χρονική στιγμή 0, με ημερομηνία λήξης $t = 3$, και τιμή εξάσκησης $k = 10$, να τιμολογηθεί το συμβόλαιο τη χρονική στιγμή $t = 1$ όταν (i) το δικαίωμα W είναι Ευρωπαϊκού και (ii) όταν το W είναι Αμερικάνικου τύπου. Το μέτρο πιθανότητας των διαφόρων καταστάσεων τη χρονική στιγμή $t = 3$ είναι

$$p = \frac{1}{14} (1, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 1).$$

Άσκηση 3. Έστω μετοχή εξελίσσεται σύμφωνα με το διωνυμικό μοντέλο σε διάστημα τριών χρονικών περιόδων 0, 1, 2 με αρχική τιμή $S_0 = 30$, συντελεστή ανόδου $u = 1.2$, συντελεστή καθόδου $d = 0.9$. Έστω δικαίωμα αγοράς W ευρωπαϊκού τύπου που εγγράφεται στη μετοχή τη χρονική στιγμή 0 με τιμή

εξάσκησης $k = 25$ και ημερομηνία λήξης $T = 2$.

Να τιμολογηθεί το δικαίωμα και στη συνέχεια να προσδιορίσετε χαρτοφυλάκιο αντιστάθμισης του W , εκ μέρους του εκδότη του δικαιώματος. Το σταθερό επιτόκιο μεταξύ δυο χρονικών περιόδων είναι $r = 0.05$.

Θέμα 4. Περιγράψτε τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (futures) και δώστε παράδειγμα ενός τέτοιου συμβολαίου 2000 τραπεζικών μετοχών όπου η τιμή της μετοχής την ημερομηνία εγγραφής του συμβολαίου είναι 5 ευρώ, το περιθώριο ασφάλισης (initial margin) είναι 15% και στο συμβόλαιο αυτό ο επενδυτής υιοθετεί τη short position. ¹⁵⁰⁰ Να παραστήσετε σε πίνακα την εξέλιξη της επένδυσης και τις απαραίτητες ενέργειες από τη πλευρά του επενδυτή κατά τις 7 πρώτες ημέρες.

Καλή Επιτυχία.