

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ

6^ο ΕΞΑΜΗΝΟ 2017-18

Τετάρτη 27 Ιουνίου 2018 – 3 μ.μ.

Διδάσκων: Σ. Μαλτέζος

Ανοιχτό μόνο το βιβλίο του μαθήματος: «Εισαγωγή στην Ανάλυση Σήματος» χωρίς κανενός είδους σημειώσεις δίπλα ή μέσα στις σελίδες του βιβλίου

Γράφετε τα 4 από τα 5 θέματα

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες

Προσοχή! Η ύπαρξη κινητών τηλεφώνων, iPhone, iPad και κάθε είδους ηλεκτρονικών συσκευών επικοινωνίας ή αποθήκευσης δεδομένων σε ορατό σημείο στη θέση του εξεταζόμενου κατά τη διάρκεια του διαγωνισμάτος είναι αιτία μηδενισμού. Επίσης, προσωρινή έξοδος από την αίθουσα εξέτασης για οποιονδήποτε λόγο δεν επιτρέπεται.

Θέμα 1^ο

I) Η σχέση εισόδου-εξόδου ενός συστήματος είναι, α) $y(t) = e^{2x(t)}$, ή β) $y(t) = e^{x(2t)}$, όπου $x(\cdot)$ το σήμα εισόδου και $y(\cdot)$ το σήμα εξόδου. Να ελέγξετε αν το σύστημα, στην κάθε περίπτωση (α) ή (β), είναι χρονικά αμετάβλητο, αιτιατό, ή γραμμικό. Καταχωρήστε τα συμπεράσματα σε πίνακα.

II) (Παρ. 14, Σελ. 86) Να βρείτε το μετασχηματισμό Fourier (FT) του σήματος $x(t) = \left[\frac{d}{dt} (t^2 e^{-3t} u(t)) \right] * \left[e^{-j3t} e^{-2|t|-2} \right]$, όπου το σύμβολο «*» αναφέρεται στην πράξη της συνέλιξης.

Θέμα 2^ο

Θεωρήστε το πρόβλημα της εξίσωσης διάχυσης της μόνιμης κατάστασης (για $t \rightarrow \infty$) που περιγράφει τη μονοδιάστατη κίνηση νετρονίων σ' ένα υλικό επιβραδυντή νετρονίων, θεωρώντας μια συνεχή σημειακή πηγή νετρονίων στην αρχή των αξόνων $\rho(x) = Q\delta(x)$, όπου Q η σταθερά ροή νετρονίων. Η αντίστοιχη διαφορική εξίσωση που περιγράφει το πρόβλημα είναι η, $-D \frac{d^2 u(x)}{dx^2} + k^2 Du(x) = Q\delta(x)$, όπου $u(x)$ η συγκέντρωση των νετρονίων (νετρόνια ανά μονάδα όγκου) των νετρονίων, D η σταθερά διάχυσης και k θετική σταθερά απορρόφησης των νετρονίων με διαστάσεις αντιστρόφου μήκους. Με χρήση του μετασχηματισμού Fourier να δείξετε ότι $u(x) = \frac{Q}{2kD} e^{-k|x|}$.

Σημείωση: Στη μόνιμη κατάσταση δεν υπάρχει χρονική εξάρτηση της συγκέντρωσης, δηλαδή ισχύει η συνθήκη, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0$. Στην πράξη αυτή μπορεί να επιτευχθεί σε αρκούντως μεγάλο χρονικό διάστημα.

Θέμα 3^ο

I) Έστω ένα σήμα $f(t)$ το οποίο είναι πεπερασμένου φάσματος ($F(\omega) = 0$ για $|\omega| > \omega_0$) και υφίσταται δειγματοληψία με συχνότητα δειγματοληψίας (ρυθμό Nyquist) F_s . Ποια θα είναι η απαιτούμενη συχνότητα δειγματοληψίας (με αναφορά στην F_s) για τα παρακάτω σήματα που προκύπτουν από το αρχικό;

α) $f_a(t) = \frac{df(t)}{dt}$, β) $f_\beta(t) = f(2t)$ και γ) $f_\gamma(t) = f^2(t)$.

II) Ένα σύνθετο αναλογικό σήμα αποτελείται από υπέρθεση αρμονικών σημάτων με συχνότητες, $F_1 = 0,5 \text{ kHz}$, $F_2 = 2,5 \text{ kHz}$, $F_3 = 4,5 \text{ kHz}$, $F_4 = 5,5 \text{ kHz}$ και $F_5 = 8,5 \text{ kHz}$ και υφίσταται δειγματοληψία με συχνότητα $F_s = 3 \text{ kHz}$. Ποιες από τις παραπάνω συχνότητες αποτελούν ψευδή αντίγραφα (aliases) και επομένως, ποιων συχνοτήτων σήματα μπορούν να ανακατασκευαστούν (θεωρητικά πλήρως);
Δίνεται: Η σχέση προσδιορισμού των ψευδών αντιγράφων συχνοτήτων λόγω του σφάλματος επικάλυψης (aliasing): $F_k = F_0 - kF_s$ με $k = \pm 1, \pm 2, \dots$, όπου F_0 η συχνότητα Nyquist (ή αναδίπλωσης) την οποία πρέπει να προσδιορίσετε από τα δεδομένα της εκφώνησης.

Θέμα 4º

Έστω ότι το σήμα $\{x(n)\}$ δίνεται από την ακολουθία: $\{x(n)\} = \{-1, 2, -3, 2, -1\}$ με DTFT τη συνάρτηση $X(\omega)$. Να βρείτε τις παρακάτω ποσότητες χωρίς να κάνετε αναλυτικούς υπολογισμούς για τον προσδιορισμό της $X(\omega)$.

a) $X(0)$, β) $\angle X(\omega)$ (γωνία φάσης), γ) $\int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) d\omega$, δ) $X(\pi)$, ε) $\int_{-\pi}^{\pi} |X(\omega)|^2 d\omega$.

Θέμα 5º

I) Να βρείτε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Z , της συνάρτησης, $X(z) = e^z + e^{-z}$, με τη βοήθεια γνωστών μετασχηματισμών Z .

II) Δίνεται το σήμα διακριτού χρόνου (ακολουθία), $x(n) = (n+1)u(n)$, όπου $u(n)$ η μοναδιαία βηματική ακολουθία.

- α) Το σήμα αυτό είναι «φυσικά» υλοποιήσιμο (δηλαδή αιτιατό); Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- β) Βρείτε τον μετασχηματισμό Z του σήματος αυτού.

Καλή Επιτυχία !