

Θεμα 1. (Μοναδες 4) Δείξτε ότι, αν το σύστημα $\dot{x} = Ax + ub$, $x \in \mathbb{R}^n$, $|u| \leq 1$ είναι ελέγχιμο, τότε (1) τα προσιτα συνολα εχουν μη κενο εσωτερικο ως προς τον χωρο των καταστασεων (2) ειναι κυρτα και (3) ειναι αυστηρως κυρτα.

Θεμα 2. (Μοναδες 2) Επιλυση του προβληματος Αριστου Χρονου για την περιπτωση

$$\dot{x}_1 = -x_1 + u, \dot{x}_2 = x_2 + u, u \in [-1, 1].$$

Θεμα 3. (Μοναδες 3) Προβλημα Ρυθμιστη:

$$\dot{x} = Ax + Bu, J(u) = x'(T)Fx(T) + \int_0^T (x'(s)Qx(s) + u'(s)Ru(s))ds \rightarrow \min$$

Δείξτε ότι ο ελεγχος $u = -R^{-1}B'P(t)x(t)$ ειναι ειναι αριστος και η αντιστοιχη τψη του αριστου κοστους ισουται με $x'_0 P(0) x_0$, οπου x_0 η αρχικη κατασταση και P ο πινακας- λυση της Δ.Ε. Riccati:

$$\dot{P} = -PA - A'P + PBR^{-1}B'P - Q, P(T) = F$$

Θεμα 4. (Μοναδες 1) Με χρήση της Riccati επιλύστε το πρόβλημα του ρυθμιστή

$$\dot{x} = x + u, J(u) = \int_0^T (x^2(t) + u^2(t))dt \rightarrow \min, x_0 \in \mathbb{R} \text{ δοθέν}$$

Θεμα 5. (Μοναδες 2) Διερεύνηση του προβλήματος

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = u, J(u) = Ax_1^2(1) + Bx_2^2(1) + \int_0^T (x_1(t) + 2x_2(t) + u^2(t))dt \rightarrow \min$$

$(x_1(0), x_2(0))$ δοθεντα, $u(\bullet)$ χωρις περιορισμούς.

Θεμα 6. (Μοναδες 2) Επιλυση του προβλήματος

$$\dot{x} = u, x \in \mathbb{R}, |u| \leq 1, J(u) = \int_0^T (2x(t) + u^2(t))dt \rightarrow \min, x(0), T \text{ δοθέντα.}$$

Laplace: $\int_0^\infty \exp(-at)/n! \rightarrow 1/(s+a)^{n+1}$
 $\sin kt \rightarrow k/(k^2+s^2)$, $\cos kt \rightarrow s/(k^2+s^2)$