

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

TOMEAS MΗΧΑΝΙΚΗΣ, ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΟΧΗΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΩΝ

Ηρώων Πολυτεχνείου 5, Κτίριο Θεοχάρη

Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, 157 73 Ζωγράφου

Δρ Σ. Κ. Κουρκουλής, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Τηλέφωνα Γραφείου: 210-7721313, 210-7721263,

Τηλέφωνα Εργαστηρίου: Εμβιομηχανικής 210-7724235, 210-7721317, Φυσικών Δομικών Λίθων:

210-7724025. Οπτικού Μεθόδου: 210-7721308

Τηλεομοιότυπο: 2107721302

Διεύθυνση τηλεκτρονικού ταχυδρομείου: stakkour@central.ntua.gr



Ακαδημαϊκό έτος 2009-2010

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ (ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ)

9^η Σειρά ασκήσεων ενισχυτικής διδασκαλίας

Iσότροπη γραμμική ελαστικότητα

Ασκηση 1^η

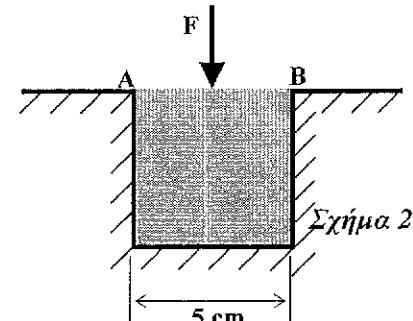
Να ευρεθεί η σχέση μεταξύ των σταθερών E και ν (μέτρο ελαστικότητας και λόγος Poisson, αντίστοιχα) με:

(α) Τις σταθερές του Lame, λ και μ, (β) Το μέτρο διογκώσεως, K και (γ) Το μέτρο διατμήσεως, G.

Ασκηση 2^η

Κύβος από ισότροπο υλικό εγκιβωτίζεται εντός υποδοχής με απόλυτα ανένδοτα τοιχώματα όπως στο Σχ.2. Όλες οι έδρες πλην της ελεύθερης (AB) ευρίσκονται αρχικώς σε απλή επαφή με τα ανένδοτα τοιχώματα. Στην ελεύθερη επιφάνεια του κύβου ασκείται κατακόρυφη ομοιόμορφα κατανεμημένη θλιπτική δύναμη F μέτρου 3 kN. Να ευρεθεί ο τανυστής των τάσεων σε τυχόν σημείο του κύβου.

Δίνεται: E=200 GPa και ν=0.3



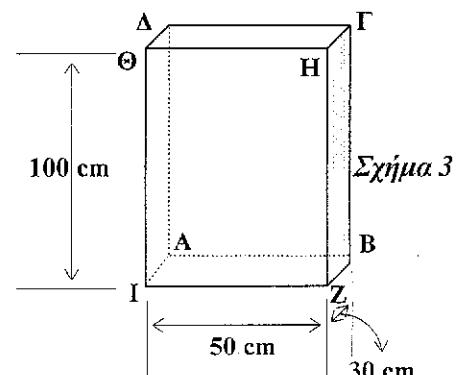
Ασκηση 3^η

Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του Σχ.3 υπόκειται σε υδροστατική πίεση.

Η μεταβολή μήκους της ακμής ΑΔ είναι -30μμ. Να υπολογισθούν:

- α. Η μεταβολή μήκους των ακμών ΑΒ και ΑΙ.
- β. Η υδροστατική πίεση που ασκείται στο πρίσμα.
- γ. Η μεταβολή του όγκου του πρίσματος.

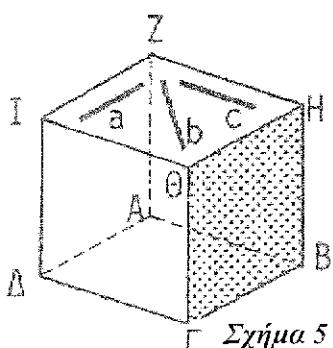
Δίνεται: E=200 GPa και ν=0.3



Ασκηση 4^η

Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του Σχ.4 ευρίσκεται υπό φόρτιση που έχει ως αποτέλεσμα την επιμήκυνση των ακμών ΑΒ και ΑΔ κατά 0.001% και της ακμής ΑΑ₁ κατά 0.002%. Οι έδρες ΑΒΓΔ και Α₁Β₁Γ₁Δ₁ παραμένουν ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Στις έδρες αυτές ασκούνται διατμητικές δυνάμεις Q=200 kN. Δίνεται επί πλέον ότι ε₁₃=0. Να προσδιορισθεί ο τανυστής των τάσεων.

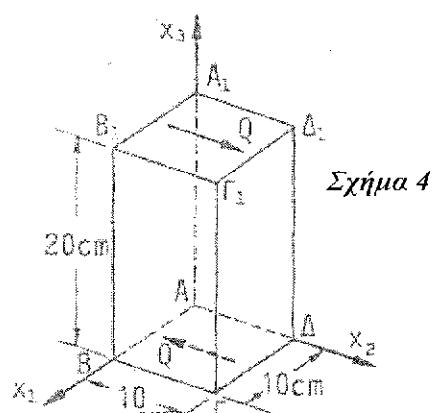
Δίνεται: E=200 GPa και ν=0.3



Ασκηση 5^η

Οι ενδείξεις των τριών μηκυνσιομέτρων που είναι επικολλημένα στην άνω έδρα του κύβου του Σχ.5 είναι: ε_a=5x10⁻⁴, ε_b=10⁻⁴, ε_c=2x10⁻⁴. Η ορθή τάση που ασκείται στην άνω έδρα ZΗΘΙ είναι 100 MPa. Δίνεται επίσης ότι οι γωνίες ΔΑΖ και ΒΑΖ δεν μεταβλήθηκαν. Να ευρεθούν οι τανυστές τάσεων και παραμορφώσεων.

Δίνεται: E=200 GPa και ν=0.3



Άσκηση 6^η

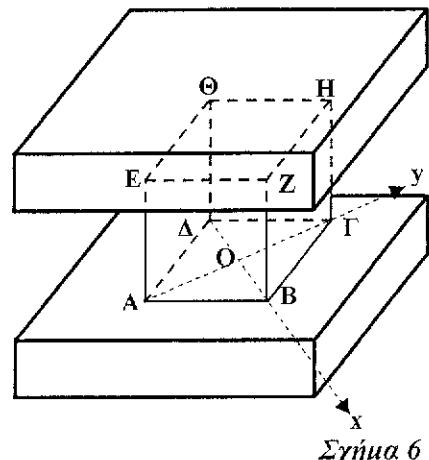
- α. Δείξτε την ταυτότητα των κυρίων αξόνων των τάσεων και των παραμορφώσεων σε ένα γραμμικώς ελαστικό σώμα.
 β. Χαλύβδινος κύβος ακμής 20 cm είναι εγκλωβισμένος ανάμεσα σε δύο οριζόντιες απολύτως άκαμπτες και ανένδοτες πλάκες (Σχ.6). Ο κύβος φορτίζεται έτσι ώστε να ενρίσκεται σε επίπεδη παραμόρφωση, είναι δε γνωστές οι δύο κύριες τάσεις:

$$\sigma_{xx} = \sigma_I = -50 \text{ MPa} \text{ και } \sigma_{yy} = \sigma_{II} = -100 \text{ MPa}$$

Υπολογίστε:

1. Την τρίτη κύρια τάση.
2. Τις κύριες παραμορφώσεις και τις διευθύνσεις τους.
3. Τη μεταβολή του μήκους των ακμών AB και AD και τη μεταβολή της γωνίας ΔAB.

Δίνεται: $E=200 \text{ GPa}$ και $\nu=0.3$



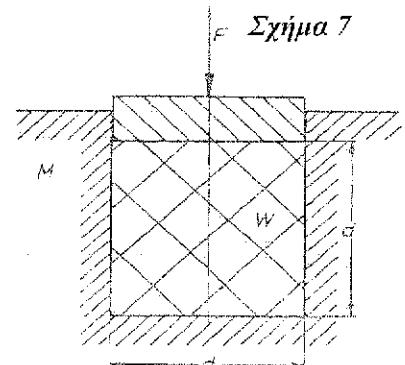
Σχήμα 6

Άσκηση 7^η

Χάλκινος κύβος W, τοποθετείται σε εσοχή σχήματος κύβου ακμής d σώματος M από αποραμόρφωτο υλικό. Ο κύβος θλίβεται ομοιόμορφα και χωρίς τριβές με τη βιοήθεια απαραμόρφωτης πλάκας με δύναμη F (Σχ.7). Σε θερμοκρασία περιβάλλοντος T_0 το μήκος της ακμής του κύβου W είναι κατά Δd μικρότερο από το αντίστοιχο της εσοχής. Θεωρούμε τη θερμική διαστολή του σώματος M και της πλάκας θλίψης αμελητέα. Υπολογίστε την αλλαγή Δd_h του ύψους του κύβου κατά τη διεύθυνση της F σε θερμοκρασία T_1 σε σχέση με το ύψος του στην αφόρτιστη κατάσταση σε θερμοκρασία T_0 .

Δίνονται:

$$d=50 \text{ mm}, \Delta d=0.01 \text{ mm}, F=18 \text{ kN}, T_0=20^\circ \text{C}, T_1=40^\circ \text{C}, E=12.4 \times 10^4 \text{ N/mm}^2, \nu=0.35 \text{ και } \alpha_T=16.5 \times 10^{-6}/\text{C}$$



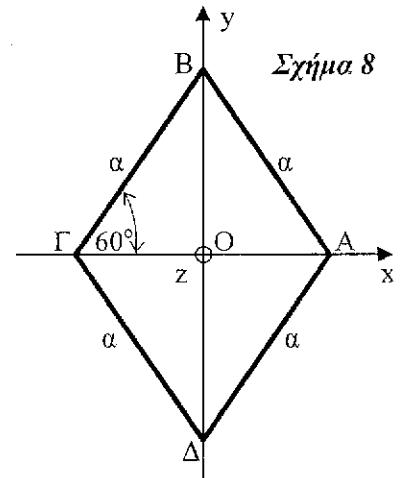
Σχήμα 7

Άσκηση 8^η

Λεπτή χαλύβδινη πλάκα ΑΒΓΔ, σχήματος ρόμβου (Σχ.8) έχει μήκος πλευράς $a=1 \text{ m}$ και πάχος $t=1 \text{ cm}$. Οι τέσσερεις πλευρές της πλάκας, που ισορροπεί, φορτίζονται με ομοιόμορφα κατανεμημένες ορθές και διατμητικές τάσεις κάθετες στον άξονα z και έτσι στην πλάκα έχουμε ομογενές εντατικό πεδίο. Μετά τη φόρτιση οι πλευρές της πλάκας επιμηκύνθηκαν κατά $\Delta a=0.975 \text{ mm}$ ενώ το πάχος δεν μεταβλήθηκε.

- α. Υπολογίστε τη μεταβολή του μήκους των διαγωνίων, τη μεταβολή της ορθής γωνίας AOB και τη μεταβολή του όγκου της πλάκας.
- β. Υπολογίστε τις ορθές και διατμητικές τάσεις που εφαρμόζονται στις πλευρές της πλάκας, καθώς και τις κύριες τάσεις στην πλάκα.

Δίνεται: $E=200 \text{ GPa}$ και $\nu=0.3$



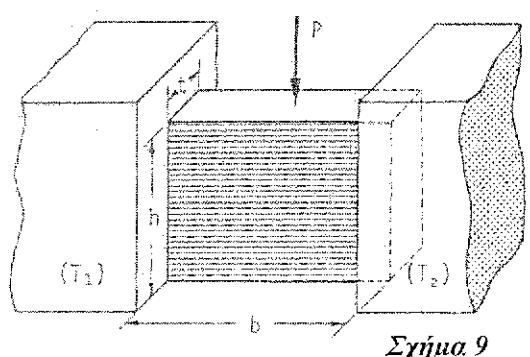
Σχήμα 8

Άσκηση 9^η

Η λεπτή πλάκα του Σχ.9 περιορίζεται από τα κατακόρυφα ανένδοτα τοιχώματα (T_1) και (T_2) και το (επίσης ανένδοτο) δάπεδο. Η πλάκα φορτίζεται με την ομοιόμορφα κατανεμημένη κατακόρυφη δύναμη όπως φαίνεται στο Σχ.9.

- α. Να προσδιορισθούν οι τανυστές τάσεων και παραμορφώσεων.
- β. Ποια η αλλαγή πάχους, Δt , της πλάκας; Τι συμβαίνει στην περίπτωση που το πάχος της πλάκας γίνει πολύ μεγάλο;
- γ. Για τη συγκεκριμένη εντατική κατάσταση να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr και να ευρεθεί γραφικά η ορθή και διατμητική τάση σε επίπεδο κεκλιμένο κατά 45° σε σχέση με τη δύναμη P.

Δίνεται: $h=3 \text{ m}$, $b=2.5 \text{ m}$, $t=0.1 \text{ m}$, $P=250 \text{ kN}$, $E=200 \text{ GPa}$, $\nu=0.3$



Σχήμα 9