

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

TOMEAS MΗΧΑΝΙΚΗΣ, EΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ANTOXΗΣ KAI YAIKΩN

Ηρώων Πολυτεχνείου 5, Κτίριο Θεοχάρη

Πολυτεχνειόπολη Ζωγράφου, 157 73 Ζωγράφου

Δρ Σ. Κ. Κουρκουλής, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Τηλέφωνα Γραφείου: 210-7721313, 210-7721263,

Τηλέφωνα Εργαστηρίου: Εμβομηχανικής 210-7724235, 210-7721317, Φυσικών Δομικών Λίθων:

210-7724025. Οπτικών Μεθόδων: 210-7721318

Τηλεομοιότυπο: 2107721302

Διεύθυνση ηλεκτρονικού ταχυδρομείου: stakkour@central.ntua.gr



Ακαδημαϊκό έτος 2009-2010

ΜΗΧΑΝΙΚΗ II (ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ)

7^η Σειρά ασκήσεων ενισχυτικής διδασκαλίας

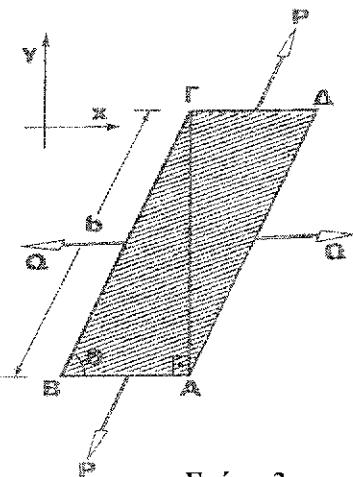
Ασκήσεις επί του τανυστή των τάσεων σε τρεις διαστάσεις

Ασκηση 1^η

Δίνεται ο τανυστής τάσεων:

$$\begin{bmatrix} 20x^3 + y^2 & 100 + 80y^2 & xz^3 + 30x^2y \\ 100 + 80y^2 & 30x^3 + 100 & 0 \\ xz^3 + 30x^2y & 0 & 30y^2 + 30z^3 \end{bmatrix}$$

Να προσδιορισθούν οι μαζικές δυνάμεις ώστε να ικανοποιούνται οι εξισώσεις ισορροπίας.



Σχήμα 2

Ασκηση 2^η

Ορθό πρίσμα πάχους 1 cm με βάση παραλληλόγραμμο πλευράς $BG=b=10$ cm και του οποίου η διαγώνιος AG είναι κάθετη προς την AB , φορτίζεται από τις δυνάμεις $P=1730$ N και $Q=1000$ N που διέρχονται από το κέντρο βάρους του πρίσματος.

Να ευρεθούν:

- Οι συνιστώσες τάσεις σ_y και τ_{xy} σε τομή κάθετη στο παραλληλόγραμμο που περιέχει τη διαγώνιο του AG .
- Οι κύριες τάσεις και οι διευθύνσεις των κυρίων αξόνων.

Δίνεται: $\theta=30^\circ$.

Ασκηση 3^η

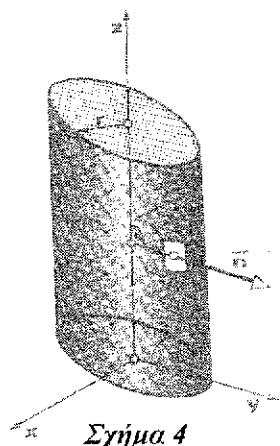
Από σημείο A στερεού σώματος υπό ένταση, άγονται δύο επίπεδα τομής με κάθετα μοναδιαία διαμύσματα α και β . Εστω σ_α και σ_β τα διανύσματα τάσεως που δρουν στα επίπεδα αυτά. Να αποδειχθεί το θεώρημα Betti-Maxwell, σύμφωνα με το οποίο η προβολή του σ_α στο β ισούται με την προβολή του σ_β στο α .

Ασκηση 4^η

Για τη ράβδο του Σχ.4 δίνεται ο τανυστής των τάσεων:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -G\theta_y \\ 0 & 0 & G\theta_x \\ -G\theta_y & G\theta_x & 0 \end{bmatrix}$$

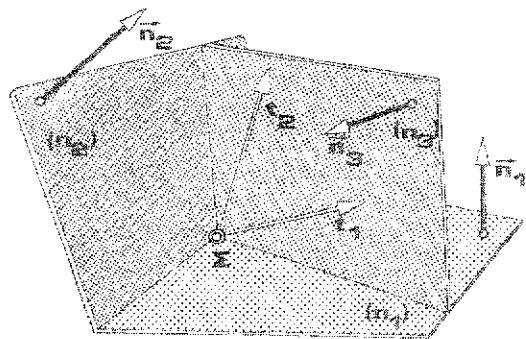
Να αποδειχθεί ότι η παράπλευρη επιφάνεια της ράβδου είναι ελεύθερη τάσεων.



Σχήμα 4

Άσκηση 5^η

Έστω \vec{t}_1 και \vec{t}_2 τα διανύσματα τάσης που αντιστοιχούν στα επίπεδα π_1 και π_2 (με μοναδιαία διανύσματα \vec{n}_1 και \vec{n}_2) που διέρχονται από το σημείο Σ σώματος υπό ένταση ($\Sigma\chi.5$). Να ευρεθεί η κατεύθυνση του διανύσματος τάσεως \vec{t}_3 που αντιστοιχεί στο επίπεδο π_3 που περνάει από το Σ και ορίζεται από τα διανύσματα \vec{t}_1 και \vec{t}_2 .



Σχήμα 5

Άσκηση 6^η

Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του $\Sigma\chi.6$ ($AA'=2a$ και $AG=B\Delta=a$) δέχεται ομοιόμορφη φόρτιση σε όλες τις έδρες του.

Το διάνυσμα των τάσεων στην έδρα $ABB'A'$ είναι:

$$\vec{t}_1 = 4c \vec{i}_1 + 11c \vec{i}_2 + 6c \vec{i}_3.$$

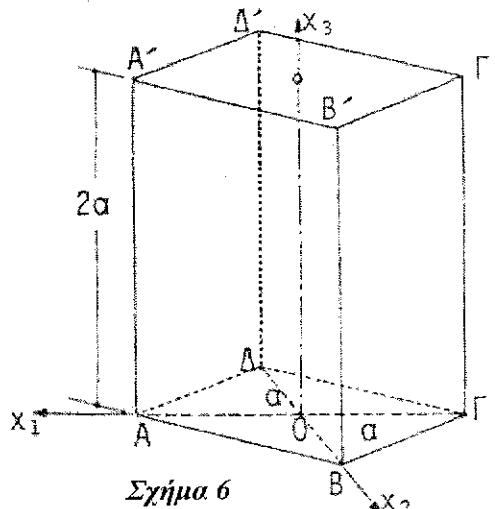
Το διάνυσμα των τάσεων στην έδρα $\Delta AA'\Delta'$ είναι:

$$\vec{t}_2 = -8c \vec{i}_1 + c \vec{i}_2 + 2c \vec{i}_3.$$

Τέλος το διάνυσμα των τάσεων στην έδρα $A'B'\Gamma'\Delta'$ είναι:

$$|\vec{t}_3| = 6c\sqrt{2}.$$

Να προσδιορισθεί ο τανυστής των τάσεων.



Σχήμα 6

Άσκηση 7^η

Το ορθογώνιο πρίσμα του $\Sigma\chi.7$ ($\angle(A_1AB)=\angle(A_1A\Gamma)=90^\circ$) ευρίσκεται υπό ομοιόμορφο τασικό πεδίο, το οποίο προεκλήθη από τα κάτωθι ομοιόμορφα κατανεμημένα φορτία:

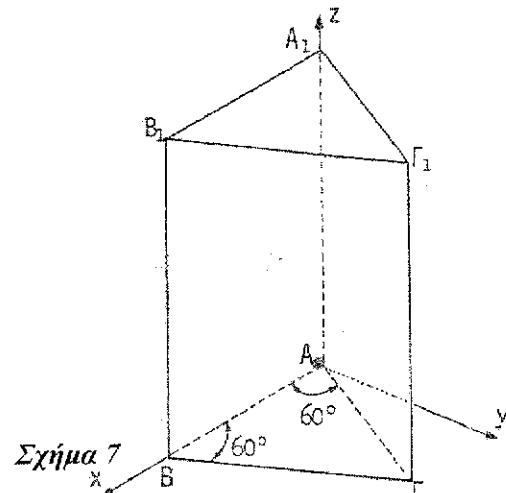
\vec{t}_1 : στην έδρα $A_1B_1\Gamma_1$, - \vec{t}_1 : στην έδρα $AB\Gamma$, \vec{t}_2 : στην έδρα $B\Gamma\Gamma_1B_1$, \vec{t}_3 : στην έδρα $A\Gamma\Gamma_1A_1$ και \vec{t}_4 : στην έδρα ABB_1A_1 .

Δίνεται ότι:

$$\vec{t}_1 = (0, 2c, -2c), \quad \vec{t}_2 = (-\sqrt{3}c, -c, c), \quad \vec{t}_3 = (\sqrt{3}c, -c, c)$$

Να υπολογισθούν:

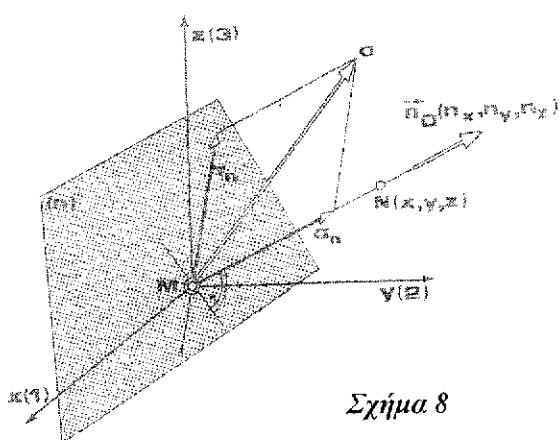
- Ο τανυστής των τάσεων.
- Οι συνιστώσες του διανύσματος \vec{t}_4 .
- Οι κύριες τάσεις.



Σχήμα 7

Άσκηση 8^η

Θεωρούμε τις καθέτους επί των επιπέδων που διέρχονται από το σημείο M σώματος υπό ένταση ($\Sigma\chi.8$). Επί των καθέτων αυτών λαμβάνονται τμήματα $MN = 1/\sqrt{\tau}$, όπου τ η διατμητική τάση που δρα στα αντίστοιχα επίπεδα. Να ευρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων N και η τομή του τόπου αυτού με τα επίπεδα των κυρίων τάσεων.



Σχήμα 8