

**ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ (ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ)****6^η Σειρά ασκήσεων ενισχυτικής διδασκαλίας****Σχέσεις μετατοπίσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων****Άσκηση 1^η**

Επίπεδο στερεό σώμα από υλικό με μέτρο ελαστικότητας $E=2 \times 10^{11}$ Pa και λόγο Poisson $\nu=0.3$ φορτίζεται έτσι ώστε το πεδίο των μετατοπίσεων να δίνεται από την σχέση:

$$\vec{a} = \left[(2x^2 + 3y) \vec{i} + (3y^2 + 2xy) \vec{j} \right] \times 10^{-5} \text{ m}$$

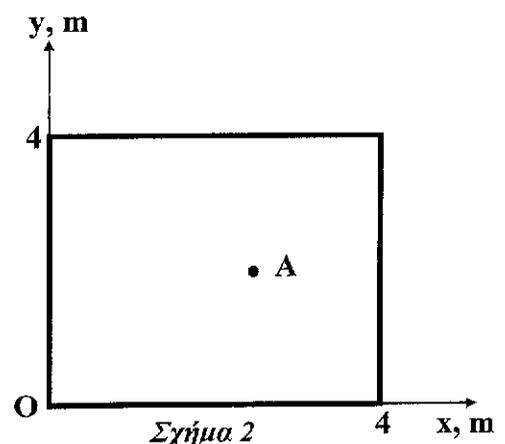
- Να γραφεί ο τανυστής των τροπών (ανηγμένων παραμορφώσεων).
- Να ευρεθεί το τελικό μήκος γραμμικού στοιχείου AB του σώματος, του οποίου τα άκρα στην απαραμόρφωτη κατάσταση είναι: A(0.00 m, 0.00 m) και B(0.01m, 0.00 m).
- Να ευρεθεί η μεταβολή αρχικώς ορθής γωνίας με πλευρές αρχικώς παράλληλες με τους άξονες του συστήματος αναφοράς, της οποίας στην απαραμόρφωτη κατάσταση η κορυφή βρίσκεται στο σημείο Δ(-0.02 m, 0.03 m).
- Να γραφεί ο τανυστής των τάσεων για το σημείο H (1 m, 2 m, -2 m).

Άσκηση 2^η

Τετραγωνική πλάκα, από υλικό με μέτρο ελαστικότητας $E=0.9375$ GPa και λόγο Poisson $\nu=0.25$, και με διαστάσεις όπως φαίνονται στο Σχ.2, βρίσκεται υπό την επίδραση επίπεδης εντατικής κατάστασης. Το πεδίο των μετατοπίσεων περιγράφεται στο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς Oxy από τις εξισώσεις:

$$u = (-x + x^2 y) \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad v = \left(2y^2 - \frac{y^3}{3} \right) \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

- Να ευρεθεί το σύνολο των σημείων της πλάκας (γεωμετρικός τύπος) στα οποία η ορθή ανηγμένη παραμόρφωση (τροπή) ϵ_{xy} παίρνει τη μέγιστή της τιμή.
- Να υπολογισθεί η μεταβολή του μήκους της γραμμής του προηγούμενου ερωτήματος.
- Στο σημείο A(2.25 m, 2 m) να ευρεθεί ο τανυστής των τάσεων και στη συνέχεια να ευρεθούν οι κύριες τάσεις και η διεύθυνση των κυρίων αξόνων με τη βοήθεια του κύκλου του Mohr.

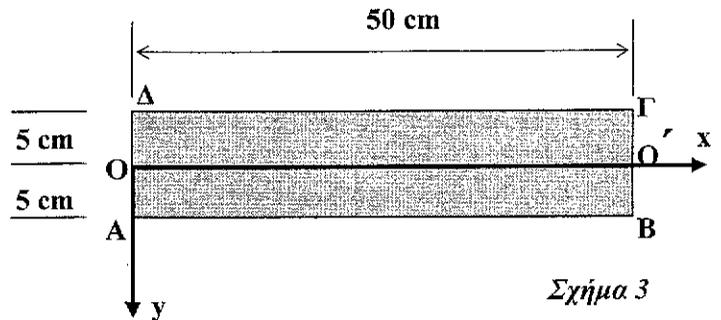


Άσκηση 3^η

Η λεπτή μεταλλική πλάκα του Σχ.3 βρίσκεται υπό επίπεδη εντατική κατάσταση. Οι μετατοπίσεις κατά τους άξονες x και y δίνονται ως:

$$u = (-3x^2y + 2.3y^3 + 7305y)10^{-6} \text{ cm}$$

$$v = (0.9xy^2 + x^3 - 7500x + 250000)10^{-6} \text{ cm}$$



Σχήμα 3

- Υπολογίστε τις παραμορφώσεις ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{xy} σε τυχόν σημείο της πλάκας.
- Υπολογίστε τις μεταβολές μήκους των πλευρών της πλάκας και της ευθείας OO' καθώς και τη μεταβολή της αρχικώς ορθής γωνίας xOy κατά μήκος του άξονα x.
- Υπολογίστε τον τανυστή των τάσεων σε τυχόν σημείο της πλάκας και δείξτε ότι οι πλευρές AB και $\Gamma\Delta$ είναι ελεύθερες τάσεων.

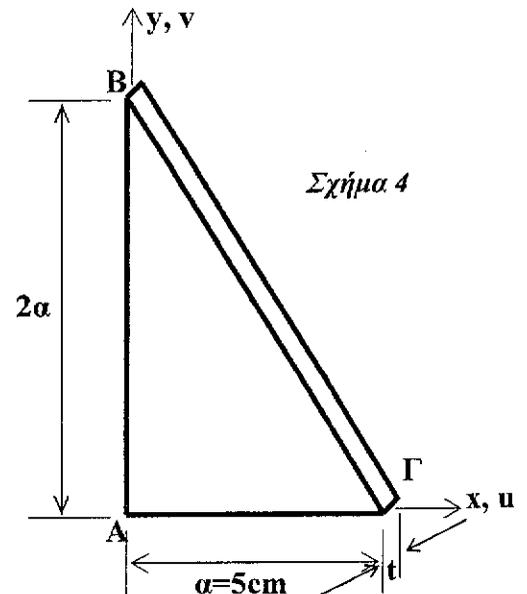
Δίνεται ότι: $E=200 \text{ GPa}$ και $\nu=0.3$

Άσκηση 4^η

Λεπτή επίπεδη τριγωνική πλάκα, πάχους $t=1 \text{ mm}$, από ομογενές και ισότροπο υλικό με $E=200 \text{ GPa}$ και $\nu=0.3$ ευρίσκεται υπό επίπεδη εντατική κατάσταση. Το πεδίο των μετατοπίσεων δίνεται από τις σχέσεις:

$$u = (x + y)^2 10^{-5} \text{ m}, \quad v = -(x + y)^2 10^{-5} \text{ m}$$

- Να ευρεθεί ο τανυστής των παραμορφώσεων ϵ_{ij} .
- Να ευρεθούν οι ορθές και διατμητικές τάσεις κατά μήκος της πλευράς $B\Gamma$ συναρτήσει της μεταβλητής x.
- Να ευρεθεί η συνισταμένη ορθή και η συνισταμένη διατμητική δύναμη που δρουν στην πλευρά $B\Gamma$.



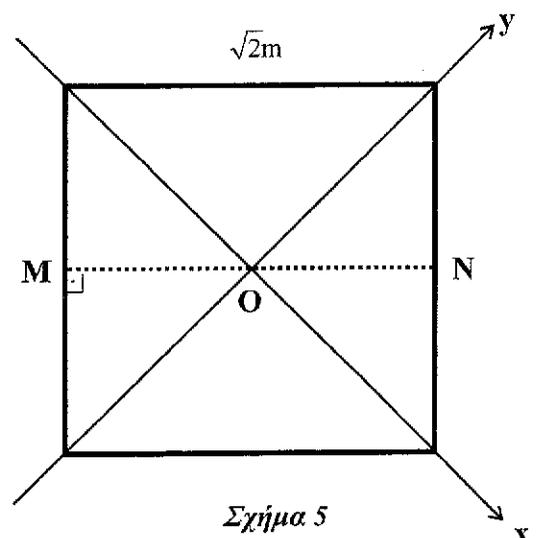
Σχήμα 4

Άσκηση 5^η

Δίνεται λεπτή τετραγωνική πλάκα με ακμή μήκους $\sqrt{2} \text{ m}$. Η πλάκα είναι κατασκευασμένη από όλκιμο υλικό με μέτρο ελαστικότητας $E=200 \text{ GPa}$ και λόγο Poisson $\nu=0.3$ (Σχ.5). Το πεδίο μετατοπίσεων για δεδομένη φόρτιση και για το σύστημα αναφοράς του Σχ.5 δίνεται από την σχέση:

$$\vec{u} = \left[(x^3 + y^2x)\vec{i} + (y^3 + x^2y)\vec{j} \right] \times 10^{-3} \text{ m}$$

- Να ευρεθεί το τελικό μήκος των διαγωνίων της πλάκας και η τελική τιμή της γωνίας xOy .
- Να ευρεθεί το τελικό μήκος του ευθυγράμμου τμήματος MN .
- Να ευρεθεί ο τανυστής των κυρίων τάσεων στο σημείο N με τη βοήθεια του κύκλου του Mohr



Σχήμα 5