



**ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ (ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ)**

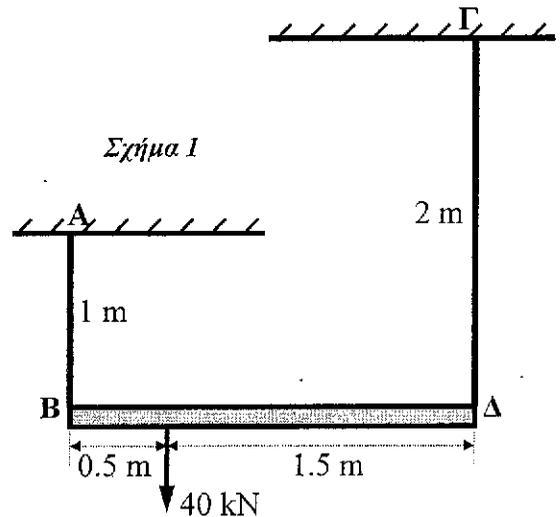
**2<sup>η</sup> Σειρά ασκήσεων ενισχυτικής διδασκαλίας**

**ΣΤΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΥΠΕΡΣΤΑΤΙΚΑ ΑΞΟΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

**Άσκηση 1**

Η αβαρής, απολύτως στερεά δοκός ΒΔ αναρτάται οριζόντια με δύο κατακόρυφες ράβδους ΑΒ και ΓΔ από γραμμικώς ελαστικό - γραμμικός κρατυνόμενο υλικό. Η ράβδος ΑΒ έχει μέτρο ελαστικότητας  $E_1=10^{11}$  Pa, τάση διαρροής  $\sigma_{d1}=150$  MPa, κλίση του διαγράμματος  $\sigma$ - $\epsilon$  στην περιοχή κρατύνσεως (πλαστικό μέτρο)  $H_1=10^{10}$  Pa και εμβαδόν διατομής  $A_1=1.5$  cm<sup>2</sup>. Αντίστοιχα η ΓΔ έχει  $E_2=2 \times 10^{11}$  Pa,  $\sigma_{d2}=200$  MPa,  $H_2=10^{10}$  Pa και  $A_2=1$  cm<sup>2</sup>.

- Στην δοκό εφαρμόζεται κατακόρυφο φορτίο 40 kN, όπως στο Σχ.2. Να ευρεθεί η τελική θέση της δοκού ΒΔ.
- Το φορτίο αφαιρείται. Ποια η τελική θέση της δοκού ΒΔ;

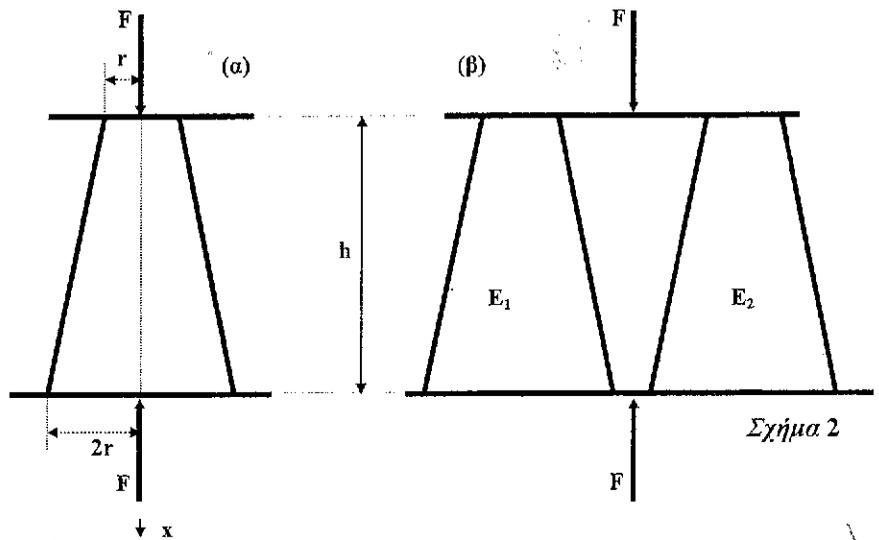


**Άσκηση 2**

Αβαρές στερεό σχήματος κόλουρου κώνου με ακτίνες βάσεων  $r$  και  $2r$  και ύψος  $h$  (Σχ.2α), από υλικό μέτρου ελαστικότητας  $E_1$ , τοποθετείται μεταξύ δύο οριζοντίων απαραμορφωτών πλακών και θλίβεται με κατακόρυφη δύναμη  $F$ .

- Να ευρεθούν η ορθή τάση  $\sigma(x)$  που αναπτύσσεται σε τυχαία διατομή του στερεού σε απόσταση  $x$  από την πάνω βάση και η συνολική βράχυνση του σώματος.
- Μεταξύ των πλακών παρεμβάλλεται δεύτερο στερεό του ίδιου σχήματος από υλικό μέτρου ελαστικότητας  $E_2$  (Σχ.2β). Να ευρεθούν οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  που ασκούνται σε κάθε σώμα.

(Δίνεται ότι:  $r=0.1$  m,  $h=1$  m,  $F=1000$  N,  $E_1=2$  Pa,  $E_2=4$  GPa).



**Άσκηση 3**

Κυλινδρική ράβδος αρχικού μήκους  $L=1$  m και αρχικής διαμέτρου  $D=5$  mm αναρτάται κατακόρυφα και αφήνεται υπό την επίδραση του ίδιου αυτής βάρους και μόνον. Το ειδικό βάρος του υλικού της ράβδου είναι  $8 \times 10^4$  N/m<sup>3</sup> και ο λόγος Poisson  $\nu=0.3$ . Θεωρώντας ότι η ράβδος βρίσκεται στην ελαστική της κατάσταση και ότι η σχέση τάσεων - παραμορφώσεων του υλικού της είναι:

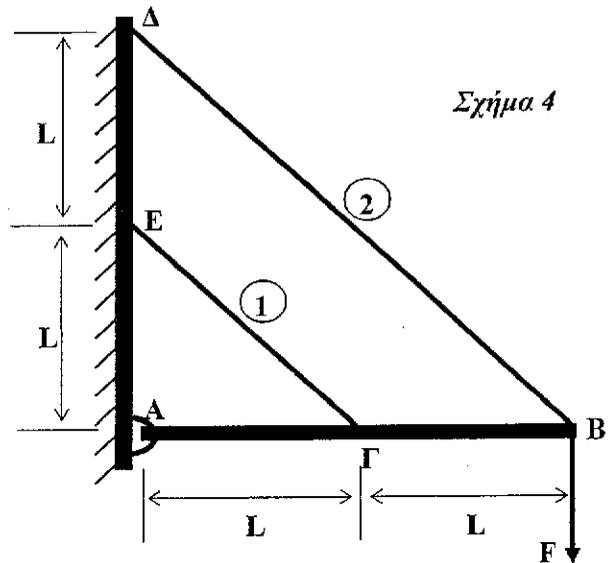
$$\epsilon = 1.9 \times 10^{-10} \sigma^{0.85}$$

- Υπολογίστε το τελικό μήκος της ράβδου.
- Ποια είναι η τελική μορφή της αρχικώς κυλινδρικής ράβδου;

#### Άσκηση 4

Αβαρής και απολύτως άκαμπτη δοκός AB μήκους  $2L=2\text{m}$  (Σχ.4) στηρίζεται οριζόντια με άρθρωση στο A και δύο αρχικά αφόρτιστες κυλινδρικές ράβδους ΕΓ και ΒΔ κατασκευασμένες από το ίδιο ελαστικό - απολύτως πλαστικό υλικό ( $E=200\text{ GPa}$ ,  $\sigma_y=150\text{ MPa}$ ). Το εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής της ράβδου 1 είναι  $100\text{ mm}^2$ , ενώ αυτό της ράβδου 2 είναι  $120\text{ mm}^2$ . Στο σημείο B ασκείται κατακόρυφη δύναμη F, η οποία αυξάνει σταδιακά.

- Να υπολογισθεί η τιμή της F που μόλις προκαλεί αστοχία σε μία από τις δύο ράβδους και η αντίστοιχη κατακόρυφη μετατόπιση του σημείου B τη στιγμή αυτή.
- Να υπολογισθεί η τιμή της F που θα προκαλέσει κατάρρευση του συστήματος και η αντίστοιχη κατακόρυφη μετατόπιση του σημείου B τη στιγμή αυτή.

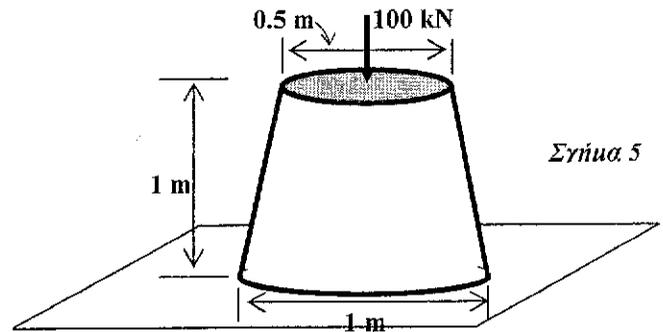


Σχήμα 4

#### Άσκηση 5

Κόλυρος κώνος από γραμμικώς ελαστικό υλικό με  $E=2\text{ GPa}$ ,  $\nu=0.3$  και ειδικό βάρος  $80\text{ kN/m}^3$  φορτίζεται με θλιπτική δύναμη  $F=100\text{ kN}$ , ομοιόμορφα κατανεμημένη στην πάνω βάση. Να προσδιορισθούν οι τελικές διαστάσεις του σώματος. Ποια είναι η τελική μορφή του σώματος;

$$\Deltaίνεται: V_{\text{κώνου}} = (\text{Εμβαδόν βάσεως})(\Upsilon\psi\omicron\varsigma)/3$$

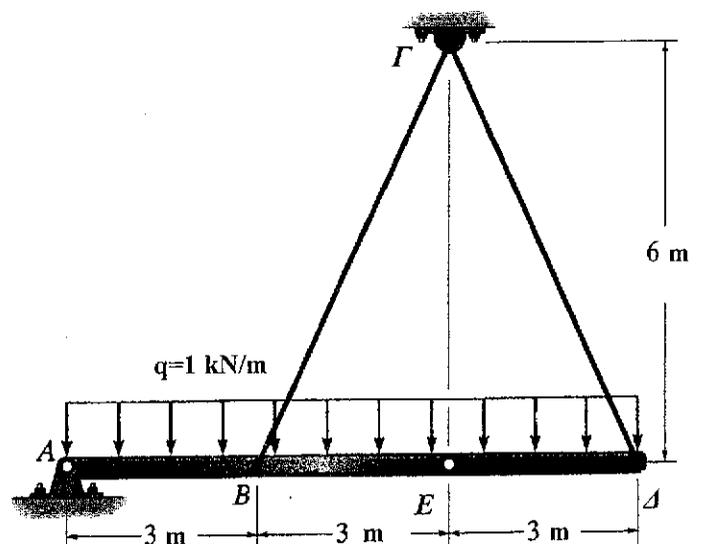


Σχήμα 5

#### Άσκηση 6

Η αβαρής και απολύτως άκαμπτη δοκός ΑΔ του Σχ.6 στηρίζεται σε αρχικώς οριζόντια θέση με τη βοήθεια άρθρωσης στο σημείο A και δύο ράβδων ΒΓ και ΔΓ με εμβαδά εγκάρσιας διατομής  $A_{B\Gamma}=30\text{ mm}^2$  και  $A_{\Delta\Gamma}=75\text{ mm}^2$ , αντιστοίχως. Οι ράβδοι είναι κατασκευασμένες από γραμμικώς ελαστικά - απολύτως πλαστικά υλικά με μέτρα ελαστικότητας  $E_{B\Gamma}=180\text{ GPa}$  και  $E_{\Delta\Gamma}=60\text{ GPa}$  και τάσεις διαρροής  $\sigma_{y,B\Gamma}=175\text{ MPa}$  και  $\sigma_{y,\Delta\Gamma}=200\text{ MPa}$ .

- Να υπολογιστεί η δύναμη σε κάθε ράβδο και η απόκλιση της δοκού ΑΔ από την αρχικώς οριζόντια θέση όταν η δοκός φορτίζεται αποκλειστικά με το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο  $q=1\text{ kN/m}$ .
- Στη συνέχεια στο σημείο E της δοκού ασκείται επί πλέον κατακόρυφη δύναμη F προς τα κάτω. Να ευρεθεί η τιμή της F που θα προκαλέσει πρώτη αστοχία κάποιας εκ των δύο ράβδων, η τιμή της F που θα προκαλέσει αστοχία και της άλλης ράβδου και η θέση της δοκού ΑΔ τη στιγμή της αστοχίας και της δεύτερης ράβδου.



Σχήμα 6