

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ, ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΟΧΗΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΩΝ

Ηρώων Πολυτεχνείου 5, Κτίριο Θεοχάρη
Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, 157 73 Ζωγράφου

Δρ Σ. Κ. Κουρκουλής, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Τηλέφωνα Γραφείου: 210-7721313, 210-7721263,
Τηλέφωνα Εργαστηρίου: Εμβιομηχανικής 210-7724235, 210-7721317, Φυσικών Δομικών Λίθων:
210-7724025. Οπτικών Μεθόδων: 210-7721318
Τηλεομοιότυπο: 2107721302
Διεύθυνση ηλεκτρονικού ταχυδρομείου: stakkour@central.ntua.gr



Ακαδημαϊκό έτος 2009-2010

ΜΗΧΑΝΙΚΗ II (ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ)

10^η Σειρά ασκήσεων ενισχυτικής διδασκαλίας

Ασκήσεις επί των κριτηρίων αστοχίας ολκίμων υλικών (Mises-Tresca)

Ασκηση 1^η

Συμπαγής κύλινδρος από όλκιμο υλικό διαμέτρου 4 cm υφίσταται παράπλευρη πίεση $p=650$ MPa. Η τάση διαρροής σε στρέψη του υλικού του κυλίνδρου είναι 0.9 GPa. Να υπολογισθεί κατά Mises και κατά Tresca η μέγιστη τιμή της αξονικής δύναμης που μπορεί να ασκηθεί στον κύλινδρο.

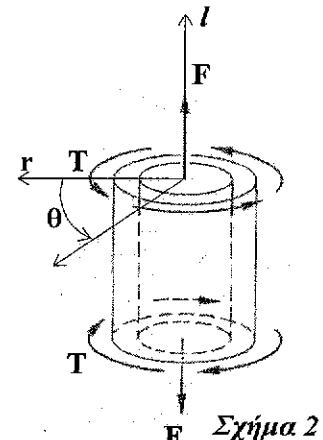
Ασκηση 2^η

Λεπτότοιχος σωλήνας (Εξωτερική ακτίνα $R=205$ mm, εσωτερική ακτίνα $r=200$ mm) από υλικό με τάση διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό $\sigma_y=250$ MPa υποβάλλεται ταυτοχρόνως σε στρέψη και εφελκυσμό.

Γνωρίζοντας ότι η στρέψη δημιουργεί διατμητικές τάσεις τ_{θ} να υπολογισθεί η μέγιστη επιτρεπτή τιμή των T και F αν οι απόλυτες τιμές των F και T (σε μονάδες SI) συνδέονται μέσω της σχέσεως $F=3T$.

Η άσκηση να επιλυθεί υιοθετώντας τόσον το κριτήριο Mises όσον και το κριτήριο Tresca και να συγκριθούν τα αποτελέσματα.

Οι διατμητικές τάσεις λόγω στρέψεως δίνονται από τη σχέση: $\tau=(M/I_p)r$. I_p η πολική ροπή 2nd τάξης της διατομής.



Σχήμα 2

Ασκηση 3^η

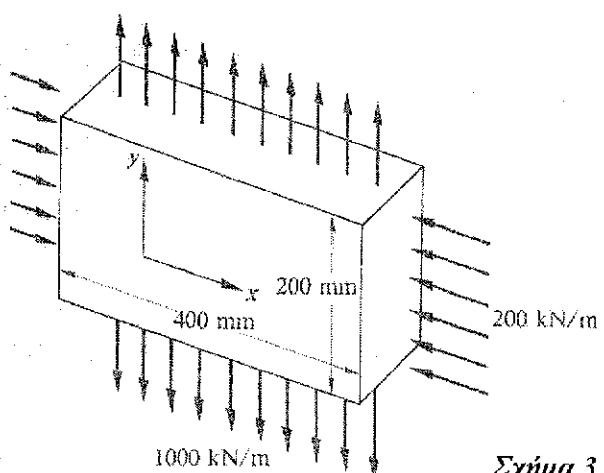
Σε επίπεδη πλάκα πάχους $t=20$ mm ασκούνται ομοιόμορφα κατανευμένες δυνάμεις (όπως φαίνεται στο Σχ.3). Η πλάκα δεν υπόκειται σε κανένα περιορισμό στην κατεύθυνση z.

Γνωρίζοντας ότι η τάση διαρροής του υλικού της πλάκας σε μονοαξονικό εφελκυσμό είναι 300 MPa να υπολογισθεί:

- Πόση επί πλέον δύναμη μπορεί να δεχθεί η πλάκα κατά την διεύθυνση του άξονα x;
- Πόση επί πλέον δύναμη μπορεί να δεχθεί η πλάκα κατά την διεύθυνση του άξονα y;
- Αν αμφότερες οι δυνάμεις αυξάνονται αναλογικά ποιες οι μέγιστες επιτρεπτές τιμές τους πριν επέλθει αστοχία;

Η άσκηση να λυθεί υιοθετώντας τόσον το κριτήριο Mises όσον και το κριτήριο Tresca.

Δίνεται $E=70$ GPa, και $v=0.33$



Σχήμα 3

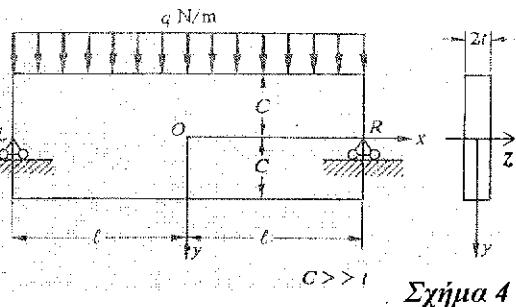
Ασκηση 4^η

Δοκός διαστάσεων $(2\ell) \times (2C) \times (2t)$ στηρίζεται σε δύο κυλίσεις και φορτίζεται με ομοιόμορφο φορτίο q N/m κατά μήκος της άνω έδρας (Σχ.4). Με ειδικό μηχανισμό επιβάλλεται μηδενισμός της οριζόντιας κίνησης του κεντρικού σημείου Ο της δοκού. Το πεδίο μετατοπίσεων (u, v) κατά (x, y) για την ιδεατή αυτή διάταξη δίνεται από τις σχέσεις (Timoshenko & Goodier, Theory of Elasticity, McGraw Hill, 3rd edition, New York, 1970):

$$u = \frac{q}{2EI} \left[\left(\ell^2 x - \frac{x^2}{3} \right) y + x \left(\frac{2}{3} y^3 - \frac{2}{5} C^2 y \right) + v x \left(\frac{1}{3} y^3 - C^2 y + \frac{2}{3} C^3 \right) \right]$$

$$v = \frac{-q}{2EI} \left\{ \frac{y^4}{12} - \frac{C^2 y^2}{2} + \frac{2}{3} C^3 y + v \left[(\ell^2 - x^2) \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{6} - \frac{1}{5} C^2 y^2 \right] \right\} -$$

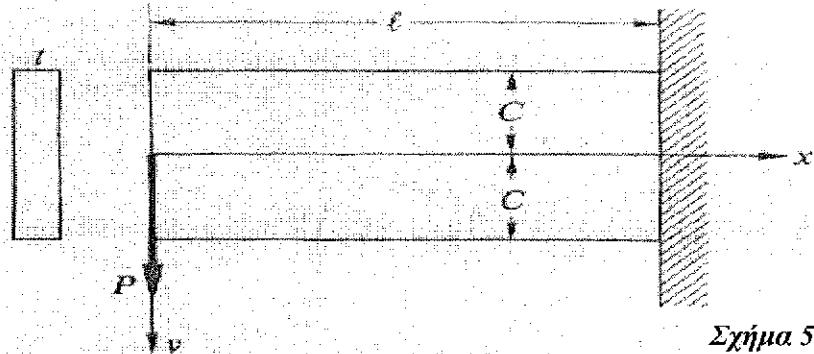
$$\frac{-q}{2EI} \left[\frac{\ell^2 x^2}{2} - \frac{x^4}{12} - \frac{C^2 x^2}{5} + \left(1 + \frac{v}{2} \right) C^2 x^2 \right] + \frac{5}{24} \frac{q \ell^4}{EI} \left[1 + \frac{12}{5} \frac{C^2}{\ell^2} \left(\frac{4}{5} + \frac{v}{2} \right) \right]$$



όπου Ι η επιφανειακή ροπή δευτέρας τάξεως της εγκάρσιας διατομής της δοκού ως προς τον άξονα z, Ε το μέτρο ελαστικότητας και ν ο λόγος Poisson. Να προσδιορισθεί συναρτήσει των γεωμετρικών στοιχείων της δοκού η μέγιστη επιτρεπτή τιμή του εξωτερικού φορτίου q αν γνωρίζετε ότι η τάση διαρροής του υλικού της δοκού σε μονοαξονικό εφελκυσμό είναι σ_y και θεωρώντας ότι πλέον επικίνδυνη για αστοχία είναι η κεντρική διατομή.

Άσκηση 5^η

Η μονόπακτη δοκός του Σχ.5 φορτίζεται με κατακόρυφη δύναμη P=50 kN στο ελεύθερο άκρο της. Για τη συγκεκριμένη διάταξη το πεδίο μετατοπίσεων (u,v) κατά (x,y) δίνεται από τις σχέσεις (Timoshenko & Goodier, *Theory of Elasticity*, McGraw Hill, 3rd edition, New York, 1970):



Σχήμα 5

$$u = \frac{P}{EI} \left[-\frac{x^2 y}{2} - \frac{v y^3}{6} + \frac{(1+\nu)y^3}{3} + \frac{\ell^2 y}{2} - \frac{(1+\nu)C^2 y}{1} \right], \quad v = \frac{P}{EI} \left[\frac{\nu x y^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{\ell^2 x}{2} + \frac{\ell^3}{3} \right]$$

όπου Ι η επιφανειακή ροπή δευτέρας τάξεως της εγκάρσιας διατομής της δοκού ως προς τον άξονα z, Ε το μέτρο ελαστικότητας και ν ο λόγος Poisson. Γνωρίζοντας ότι η τάση διαρροής του υλικού της δοκού σε μονοαξονικό εφελκυσμό είναι σ_y=300 MPa και ότι ℓ=4C=10t να ευρεθούν οι ελάχιστες επιτρεπτές διαστάσεις της δοκού ώστε να φέρει με ασφάλεια και συντελεστή ασφαλείας 2 τη δεδομένη φόρτιση, θεωρώντας ότι πλέον επικίνδυνη για αστοχία είναι η διατομή πακτώσεως.

Άσκηση 6^η

Σε σημείο Μ λεπτού επιπέδου μεταλλικού ελάσματος επικολλήθηκε τριών ηλεκτρομηχανισμέτρων (Σχ.6). Τη στιγμή της αστοχίας του ελάσματος οι ενδείξεις των ηλεκτρομηχανισμέτρων είναι: ε₁=8x10⁻⁴, ε₂=4x10⁻⁴ και ε₃. Το υλικό του ελάσματος θεωρείται όλκιμο και γραμμικώς ελαστικό με μέτρο ελαστικότητας E=200 GPa, λόγο Poisson ν=0.3 και τάση διαρροής σε στρέψη σ_{y,tor}=120 MPa.

- Να ευρεθεί η ένδειξη ε₃ υιοθετώντας τόσον το κριτήριο Mises όσον και το κριτήριο Tresca.
- Θεωρώντας τα πεδία ομογενή να ευρεθεί η μεταβολή του μήκους ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ το οποίο είχε αρχικό μήκος 2 cm.

