



Η. Κατσούφης (Α-Λ) , Θ. Παπαδοπούλου (Μ-Ω)

Αθήνα, 3/10/08

ΣΕΜΦΕ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΙV

Βιβλία, σημειώσεις, κινητά: κλειστά. Δίνεται επαρκές τυπολόγιο.

Διάρκεια 2,5 ώρες

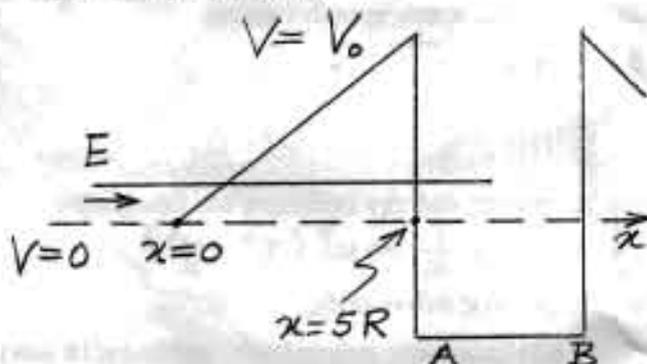
Θέμα 1Α

Το μόνιο, μ , είναι ένα σωματίδιο που έχει το ίδιο φορτίο $q = -e$ όπως το ηλεκτρόνιο, αλλά περίπου 200 φορές μεγαλύτερη μάζα, M , από τη μάζα του ηλεκτρονίου, m . Μερικές φορές ένα μόνιο μπορεί να «συλληφθεί» από ένα πυρήνα για να συγκροτήσουν ένα μιονικό άτομο, ανάλογο προς το άτομο του υδρογόνου. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο πυρηνικού ατόμου και τις συνθήκες κβάντωσης του Bohr:

1α) Βρείτε την έκφραση και υπολογίστε την ακτίνα r_0 της μικρότερης τροχιάς του μ σε ένα μιονικό άτομο που σχηματίζεται με ένα πλήρως ιονισμένο πυρήνα νικελίου (ατομικός αριθμός $Z=28$). Εκφράστε την ακτίνα αυτή συναρτήσει της ακτίνας Bohr, a_0 , για το άτομο του υδρογόνου. (8 μονάδες)

1β) Πόση είναι η μέγιστη συχνότητα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που μπορεί να εκπέμπεται από ένα τέτοιο διεγερμένο «άτομο» κατά την αποδιέγερσή του. (7 μονάδες)

Θέμα 1Β (10 μονάδες)



Στο σχήμα, το μονοδιάστατο πηγάδι δυναμικού περιγράφει χονδρικά την πυρηνική δυναμική ενέργεια που έχει ένα νουκλεόνιο μέσα στον πυρήνα (περιοχή AB), ενώ το τριγωνικό τμήμα στην περιοχή από $x = 0$ ως $x = 5R$, περιγράφει χονδρικά τη δυναμική ενέργεια Coulomb που αποκτά ένα ελεύθερο πρωτόνιο με ενέργεια E , καθώς πλησιάζει την επιφάνεια ενός πυρήνα, η οποία βρίσκεται στο A.

Μια σημαντική διαδικασία σύντηξης που συμβάλλει στην εκπομπή ενέργειας από τον Ήλιο συμβαίνει όταν ένα ελεύθερο πρωτόνιο της αέριας μάζας του Ηλίου διέλθει μέσα από το φράγμα δυναμικού της άκωσης Coulomb που εξασκεί ένας πυρήνας άνθρακα πάνω στο πρωτόνιο και εισχωρήσει σ' αυτόν (σημείο A) με φαινόμενο σήραγγας. Η μέση θερμική ενέργεια των πρωτονίων στο εσωτερικό του Ηλίου είναι της τάξης μεγέθους του kT , όπου $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ η σταθερά Boltzmann και $T = 10^7 \text{ K}$ η θερμοκρασία του Ηλίου εκεί. Δίνεται ότι το ύψος του φράγματος Coulomb είναι $V_0 = 4,32 \text{ MeV}$ και ότι το εύρος του τριγωνικού φράγματος είναι $5R$,

όπου $R = 2 \times 10^{-15} \text{ m}$. Υπολογίστε την πιθανότητα διείσδυσης στον πυρήνα που έχει ένα ελεύθερο πρωτόνιο (θεωρούμενο σημειακό σωματίδιο) που πλησιάζει με θερμική ενέργεια $E = 10 \text{ kT}$ και προσπίπτει στον πυρήνα.

$$\left(\int (ax + \beta)^n dx = \frac{(ax + \beta)^{n+1}}{a(n+1)}, n \neq -1 \right)$$

Θέμα 2^ο

Σωματίδιο μάζας m είναι εγκλωβισμένο σε ένα απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού ^{εύρους L} και βρίσκεται σε ιδιοκατάσταση που περιγράφεται από την χρονοεξαρτώμενη κυματοσυνάρτηση:

$$\Psi_n(x, t) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-i E_n t / \hbar}$$

2α) Πόση είναι η αναμενόμενη τιμή για τη θέση, $\langle x \rangle$, του σωματιδίου και για το τετράγωνο της θέσης του, $\langle x^2 \rangle$; (10 μονάδες)

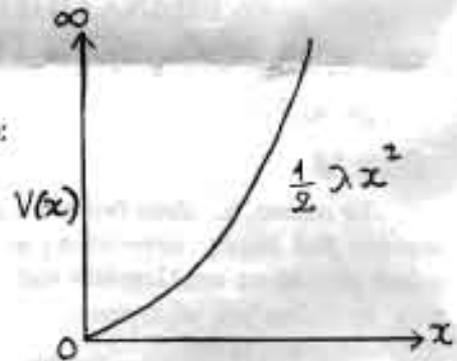
2β) Πόση είναι η αναμενόμενη τιμή για την ορμή, $\langle p \rangle$, του σωματιδίου και για το τετράγωνο της ορμής του, $\langle p^2 \rangle$; (10 μονάδες)

2γ) Ισχύει η αρχή της αβεβαιότητας για τη διεγερμένη αυτή κατάσταση; (ποσοτική απάντηση) (5 μονάδες)

Θέμα 3^ο

Σωματίδιο με μάζα m κινείται στο μονοδιάστατο δυναμικό:

$$V(x) = \begin{cases} +\infty, & x \leq 0 \\ \frac{1}{2} \lambda x^2, & x > 0 \end{cases}$$



Δίνεται ότι η κυματοσυνάρτηση μιάς στάσιμης κατάστασης του συστήματος είναι της μορφής: $\Psi(x) = (a + b x) e^{-c x^2}$ όπου $a, b > 0, c > 0$ και λ σταθερές.

3α) Ποιές οριακές συνθήκες πρέπει να πληροί η κυματοσυνάρτηση (1);

Να προσδιοριστεί η τιμή του a και στη συνέχεια να προσδιοριστεί επίσης η σταθερά b (συναρτήσει του c). (10 μονάδες)

3β) Προσδιορίστε τη σταθερά c και την ενέργεια αυτής της κατάστασης σαν συνάρτηση των m και λ . (10 μονάδες)

3γ) Σχεδιάστε κατά προσέγγιση την $\psi(x)$, για την τιμή του a που προσδιορίσατε.

Σε ποιόν κβαντικό αριθμό αντιστοιχεί; (5 μονάδες)

Θέμα 4^ο

Ένα σωματίδιο μάζας m εκτελεί κίνηση σε δύο διαστάσεις υπό την επίδραση του δυναμικού:

$$V(x, y) = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} k y^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2)$$

που είναι γνωστό ως ένας διδιάστατος ισότροπος αρμονικός ταλαντωτής.

4α) Γράψτε την ενέργεια της θεμελιώδους και των δύο επομένων ενεργειακών σταθμών (10 μον).

4β) Γράψτε τις ιδιοτιμές και τις ιδιοσυναρτήσεις των καταστάσεων που αντιστοιχούν στις παραπάνω ενεργειακές στάθμες. (10 μονάδες)

4γ) Ποιός είναι ο βαθμός εκφυλισμού αυτών των σταθμών; (5 μονάδες)

Σχεδιάστε το ενεργιακό διάγραμμα για τις στάθμες αυτές.

π.χ. Μονοδιάστατος Αρμονικός Ταλαντωτής στη διεύθυνση x :

Δυναμικό: $V = \frac{1}{2} k x^2$, Ιδιοσυναρτήσεις: $\Psi_{n_x}(x)$

Να προσδιοριστούν οι κβαντικοί αριθμοί n_x, n_y

$$\sin^2 kx = \frac{1}{2} (1 - \cos 2kx), \quad \int x \cos \beta x dx = \frac{\cos \beta x}{\beta^2} + \frac{x \sin \beta x}{\beta}$$

$$\int x^2 \cos \beta x dx = \frac{x^2 \sin \beta x}{\beta} - \frac{2x \sin \beta x}{\beta^2} + \frac{2x \cos \beta x}{\beta^2}$$