

Georgia 718. | EW. 2010 | Gifa 1^o

a) Sei $M \in \mathcal{S}(M)$. Es sei $A, B \in \mathcal{F}(M)$. Genauso, $A \cup B \in M$
 ferner. A fortgeschritten ist $\sigma(A \cup B) = \sigma(A) \cup \sigma(B) = \sigma(M)$.
 Klar $A \in \mathcal{F}(M)$. Und $A, B \in M$ folgt $A \cup B \in M$. $\Rightarrow \sigma(A \cup B) = \sigma(M)$
~~aus der Definition von $\sigma(M)$~~
 ist klar $(A \cup B) \in \sigma(M) \Leftrightarrow \{A, B\} \in \mathcal{F}(M)$
 ist klar $\sigma(M) = \sigma(M)$ hat VERIFIZIERT

\Rightarrow $A \in D(M)$, $B \in D(M)$, $A \neq B$ $\Rightarrow A \in D(M) \cap B \in D(M)$

kan Töre $\{\emptyset | A\} \setminus B = \{\emptyset | B\} \setminus A = \{\emptyset | \{A \setminus B\}\} \in D(M)$, $\emptyset | A \setminus B \in D(M)$.
 & v.l.v.s. v.a.v.s. i.v.t.g.e. in $D(M) = \emptyset$ \rightarrow $D(M)$ k.a.

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n = \bigcap_{m=1}^{+\infty} \bigcup_{n=m}^{+\infty} A_m = \bigcap_{m=1}^{+\infty} [0, \cos^2 m] \text{ follows, it is closed, } T_1$$

~~$[0, \cos^2 m]$~~ ~~maximal sets~~ \Rightarrow maximal sets \Rightarrow T_1

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n = \bigcap_{m=1}^{+\infty} [-1, 1] \subseteq [-1, 1]$$

- $\liminf_{n \rightarrow \infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{+\infty} \bigcap_{m=n}^{+\infty} A_m \geq \bigcup_{n=1}^{+\infty} \bigcap_{m=n}^{+\infty} [0, \cos^2 m] = \{0\}$ Kal gradij kai neki
 + n Kal m²/n ta [cos²m] naipvow pfis frqz i ~~WV~~ E-10
 - $\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{+\infty} \{0\} = \{0\}$ + n Kal m²/n ta $\bigcap_{m=1}^{+\infty} A_m = \{0\}$ fakupi

Reife \mathbb{R}^2 [chancs] Afcb $X_{1,0}$ töre Kan $X_{1,A_1}, 0, \dots$ evw
 ~~$X_{1,A_1}, 0, \dots$~~ der Kantra wegw \rightarrow $X_{1,A_1} \leq X_{1,A_2}$, also to A_1 favorisieren
 favoriters oijgjxjots $\lim E[X_{A_n}] = E[X_{1,A_0}] = E[X] = 100$ (1)
 Kan törsim $E[X_{1,A_0}] =$
 ~~$\lim E[X_{1,A_n}] =$~~ $\lim E[X_{1,A_n}]^{(2)} = 0 \cdot (100) = 0$

εργασία με. | ΦΕΒΡ. 2010 | Θέμα 4^ο | Αν. (3), (4) ή στοιχείο.

~~Σημ. 1 - f(x)dx~~ $\int_0^{+\infty} (x \cdot (1-f(x))) dx$ a)

X επιτρ.

~~f(x) επιτρ.~~ $(1-1) = 0 \cdot (1-0) + \int_0^{+\infty} x \cdot f(x) dx$ - $\int_0^{+\infty} x \cdot (-f(x)) dx$

και ~~στηρίζεται~~ στο στοιχείο.

$$0 = 0 + \int_0^{+\infty} x \cdot f(x) dx = E(X)$$

Εκπρία Πλο. ~~στατιστικής~~ / Διάλεξη 2^ο Η) $X_n \xrightarrow{D} X \Rightarrow f_n(x) \rightarrow f(x)$

Όπου f_n, f είναι σ. κ. η. των X_n, X αντιστοιχώς
διαίρεται: $f_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{1}{n} \\ \frac{x+\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}}, & -\frac{1}{n} < x < 1 + \frac{1}{n} \\ 1, & x \geq 1 + \frac{1}{n} \end{cases} = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{1}{n} \\ \frac{x+\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}}, & -\frac{1}{n} < x < 1 + \frac{1}{n} \\ 1, & x \geq 1 + \frac{1}{n} \end{cases}$
και $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases} = f(x)$ από $X_n \xrightarrow{D} X$ ο.ε.

Νομολαγίας το X δεν έχει πεντάλαβη αριθμητική, αλλά
υπάρχουν περιοίδες. Τ.ξ. Όταν αριθμούνται τις $U(0,1)$, ωχι αντανακλάσεις.

Αίτημα 1^ο θέματος A) $P(\limsup A_n) = P\left(\bigcap_{n=1}^{+\infty} \bigcup_{m=n}^{+\infty} A_m\right)$ Πώς θέτεται στην Επίλογο
 $\sum_{n=1}^{+\infty} P(A_n) < +\infty \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n) = 0$ (2) Άριθμοι (2), (3) είναι το στόχού μας.

B) Αξιούμε $\Omega = [0, 1]$. Τότε, αν a_1, a_2, \dots είναι αριθμοί που αποτελούνται από αριθμούς από τη σειρά $a_n = \begin{cases} 0 & \text{αν ανοτικά} \\ 1 & \text{αλλά γενικά} \end{cases}$ θα έχουμε $0, a_1, a_2, \dots \in \Omega$ καὶ οἱς περιοίδες που φαντάζονται στη σειρά $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ θα είναι $0, a_1, a_2, \dots \in \Omega$.

Οι περιοίδες $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ συντίθενται στο Ω σ. κ. η. τ. καταπέλλιος στην περιοίδη Ω . Η μετατόπιση f που έχει την σειρά $0, a_1, a_2, \dots$ στη σειρά $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ και για $P: f \rightarrow \mathbb{R}$ είναι μετατόπιση σ της σειράς $0, a_1, a_2, \dots$ στη σειρά $0, f(a_1), f(a_2), \dots$ Το $\sigma(f, P)$ καταπέλλιος στην περιοίδη Ω . Αξιούμε $\Omega = \{a_n = 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$. Τότε $P(A_n) = P\left(\bigcap_{m=n}^{2n} B_m\right)$ και $P(\limsup A_n) = P(\limsup \bigcap_{m=n}^{2n} B_m) = P\left(\bigcup_{n=1}^{+\infty} \bigcap_{m=n}^{2n} B_m\right)$. Άριθμοι (A) αφορούν τη σειρά a_n από την οποία είναι μετατόπιση f της σειράς A_n . Έχουμε $\sum_{n=1}^{+\infty} P(A_n) < +\infty$. Η παραπάνω περιοίδη Ω παραπομπής στη σειρά a_n είναι $\sum_{n=1}^{+\infty} P(A_n) < +\infty = \sum_{n=1}^{+\infty} P\left(\bigcap_{m=n}^{2n} B_m\right) = \overline{P\left(\bigcap_{m=1}^{+\infty} B_m\right)} = \overline{\sum_{n=1}^{+\infty} P(B_n)} = \overline{\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n}} = 1 < +\infty$ και συνεπώς το στόχο μας.

Eita 4º Opinião B) Eia va toxica e INMA em opinião ou

Mr. AVESTAFARIS, leovafesx xan va ixxur ifca frosnif h.

To satisfy both conditions. To prove this, let's consider the expected value $E[X_3]$:

Given $f(x_2) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{1}{2}, & -a \leq x \leq a \\ 1, & x \geq a \end{cases}$ find the value of x_0 for which θ_0 is the point of discontinuity of $f(x_2)$.

Euklida geometri ötl qutó direktka aszokat $a \rightarrow +\infty$, Euklides.

I.N.M.A. Θα λογιστεί ότι $E[X] = \lim_{n \rightarrow \infty} E[X_n]$ (και ότι $E[X] = 0$).

A) Für einen Fixpunkt: $f(x) = \begin{cases} 0, & x \neq c \\ 1, & x = c \end{cases} \Rightarrow P(X=c) = 1 \quad \text{A} \rightarrow (1)$

$$\text{(ii)} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} P(X_n = c) = 1 \quad \Rightarrow \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} P(|X_n - X| = 0) = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} P(|X_n - X| \neq 0) = 0 \Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \lim_{n \rightarrow +\infty} P(|X_n - X| \geq \varepsilon) = 0 \Rightarrow X_n \xrightarrow{P} X$$

Theta 3° | Choices A) Εστιν C. καὶ αὐτὸν γένεται τοῦ οὐρανοῦ

$C = \{A \in \Omega : f_1(A) = f_2(A)\}$. Тоте правило $B \subset C \Rightarrow \cancel{f_1(B)} \cancel{f_2(B)} \cancel{f_1(C)} \cancel{f_2(C)}$

Άνοιξην ωστό θεωρήθη αύρια από τη Β. Καριτσή η παραγωγή τομής σε
τούρι: $f(B) = \mathcal{T}(B) =$

$\Rightarrow P_2(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi \in C \Rightarrow \varphi \in \text{dom } D_{\text{operator}}$

$$P_1(A \setminus A') = P_2(A) - P_1(A') \Rightarrow P_2(A) = P(A) - P(A \setminus A')$$

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

Dew. № 6. A) V. Ht/Via / Theta 30 B) Θετούμε $A = \{(a_n, b_n]: a_n < b_n, a_n, b_n \in D\}$

Τότε $\forall B \in A$ έχουμε $P_1(B) = P_1((a_n, b_n]) = P_1((-\infty, b_n]) - P_1((-\infty, a_n])$ $\stackrel{\text{από}}{\underline{\text{σύστημα}}} = P_2((-\infty, b_n]) - P_2((-\infty, a_n]) = P_2((-\infty, b_n] \setminus (-\infty, a_n]) = P_2((-\infty, b_n] \setminus (-\infty, q_n]) = P_2(B)$, Ενίσης, αν $B_1, B_2 \in A$ και $B_1 = (a_n, b_n], B_2 = (a_m, b_m]$ έχουμε $q_n < q_m$ ή $q_m < q_n$, στοκική η συνθήκη, $B_1 \cap B_2 = \emptyset \rightarrow$

→ Ωνότε αφού $A \in \mathbb{R}$, και το (A) του ιδίου διπάρας αρχει v.f.o. $B^1 = \sigma(A)$.
 Επομένως, αν οι όπιθες πων A, B^1 , $\Rightarrow A \subset B^1 \Rightarrow \sigma(A) \subset B^1$ (1).
 Αν οι όπιθες προστάτες του δυκτού Ω είναι $\{\lambda_n\}_{n=1}^{+\infty}$ και $\{x_n\}_{n=1}^{+\infty}$ η σειρά
 $\{\lambda_n x_n\}_{n=1}^{+\infty}$ με $\lambda_n > 0$ και αν η πρώτη ιδιότητα της ανιχνεύουσας σειράς είναι
 $\forall B \in \mathbb{R}, B = (a_n, b_n], \exists \{c_n\}_{n=1}^{+\infty} \text{ s.t. } B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} [x_n, y_n] \in A \text{ kai } B_n \rightarrow B$. Τότε
 ούτως $\Omega \setminus B = (a_n, b_n] = B \subset \sigma(A)$ ουντως $B^1 \subset A \Rightarrow B^1 \subset \sigma(A)$ (2)

Ανά (1), (2) είναι $B^1 = \sigma(A)$ και το θέμα.

Άστρη. Νο: Ζεύγη 3ο 2008-09 $P(\limsup A_n) = P\left(\bigcap_{n=1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = \prod_{n=1}^{+\infty} P\left(\frac{\overline{U_{A_n}}}{A_n \text{ avr. th.}}\right)$

Ωνότε αρχει v.f.o. $P\left(\bigcap_{n=1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = 1$ t. νεν.

- Σημ: $n=1$, $P\left(\overline{U_{A_1}}\right) = 1$ Αν οι ουσίες.

- Εστω οτι $P\left(\bigcap_{n=1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = 1$, θ.δ.ο. $P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = 1$. Προήθετη θα είναι:
 $P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n} \setminus A_n}\right) = P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) - P\left[\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}} \cap A_n\right] = 1 - P(A_n).$ (1)

~~Εστω $P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = 1$, θ.δ.ο. $P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = 1$. Προήθετη θα είναι:
 $P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n} \setminus A_n}\right) = P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) - P\left[\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}} \cap A_n\right] = 1 - P(A_n).$ (1)~~

Όμως $P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = 1 - P(A_n) - P(A_{n+1}) - \dots - P(A_{n+k})$ (2)

Και $P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} \overline{U_{A_n}}\right) = 1 - P\left[\bigcap_{m=n+1}^{+\infty} (1 - P(A_m))\right]$ (3)
 $\Rightarrow \prod_{m=n+1}^{+\infty} [1 - P(A_m)] = 1 - \prod_{m=n+1}^{+\infty} [1 - P(A_m)] = 1$ (4)

$\Rightarrow \prod_{m=n+1}^{+\infty} [1 - P(A_m)] = 0$ (3)
 (2), (3) $\Rightarrow P(A_n) = 1 \wedge 1 - P(A_n) = 0$ ή δεν ιπτε πολλά αίτηση
 αλλα αν οι ουσίες $P(A_n) < 1$, ουντως $P(A_n) = 0$ (1) $\Rightarrow P\left(\bigcap_{n=n+1}^{+\infty} A_n\right) = 1$
 και συνεπάκε διστάσει το θέμα. - $B' \text{ τιμος } 1 \text{ σε } 2^{\infty} \text{ αιτηση } 8 \text{ αιτηση } 7$

Θεωρ. Ριε. / Ζεύγη ημέρα 2^ο / 2008-9 | A) ορθοφοί.

B) Αλλού $X_n \xrightarrow{\text{P.B.}} 1$ ή σιγας και $X_{n,1}^2 \xrightarrow{\text{P.B.}} 1$, $X_n^2 + 1 \xrightarrow{\text{P.B.}} 2$ μόνο

$\frac{X_n^2}{1+X_n^2} \xrightarrow{\text{P.B.}} \frac{1}{2}$. Επίσης, η πολλαπλή $\frac{X_n^2}{1+X_n^2} \geq 0$. Τότε, και θεωρ.

~~Επειδή~~ $\left| \frac{X_n^2}{1+X_n^2} \right| \leq \frac{1}{2}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} E\left[\frac{X_n^2}{1+X_n^2} \right] = E\left[\frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2}$

Επομένως το ζεύγος είναι υπόθετο.

Ανά τώρα αναλύεται, $E\left[\frac{X_n^2}{1+X_n^2} \right] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{X_n^2}{1+X_n^2} f(x) dx$ και ~~είναι~~ $E\left[\frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2}$

$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} f(x) dx$ ενώ $\left| E\left[\frac{X_n^2}{1+X_n^2} \right] - E\left[\frac{1}{2} \right] \right| = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{X_n^2}{1+X_n^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) dx \right|$

Ημ. αντί να απλανάρω $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{X_n^2}{1+X_n^2} - \frac{1}{2} \right|^2 f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| E\left[\frac{X_n^2}{1+X_n^2} \right] - E\left[\frac{1}{2} \right] \right|^2 =$

$$= \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right|^2 = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{X_n^2}{1+X_n^2} - \frac{1}{2} \right|^2 f(x) dx \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{X_n^2}{1+X_n^2} \xrightarrow{L^1} \frac{1}{2}$$

Zεύγη 4ο οφειλες

Σε Ταύτ. έχουμε: $-Q \in \Sigma$ αφού $Q \subset F$ και γ

$Q \setminus Q = Q \cap N$ και $P(Q) = P(N) = Q$ από $Q \subset N$ και

- Av $A \in \Sigma$ τότε $A \cap N \cup N' = \Sigma$ και ουτός $A \cap N \cap A \cap N'$.

Στην πρώτη αντίθετη $A \cap N' \Rightarrow A \cap N' \subset A \cap N \cup N' = \Sigma$. Στη δεύτερη

αντίθετη, θα $\exists B \in N$ το οποίο $Q \setminus B = A \cap N'$ οπως $B = Q \setminus \{Q \setminus B\} = Q \setminus A \cap N'$

$\Rightarrow A^c = N \Rightarrow A^c \in N \cup N' = \Sigma$.

- Av $A_1, A_2, \dots, A_m, \dots \in N \in \Sigma$ τότε, λαμβάνεται $\bigcup A_i \in N$ και $\{A_1, A_2, \dots, A_m, \dots\} \in N'$. Q.f.e. $\bigcup_{i=1}^m A_i \in N$

Πρώτη θεώρη για $A_1, A_2, \dots, A_n \in N$ έτσι ώστε A_1, A_2, \dots, A_n αντιστοίχα ήσαν $A_1 \in \mathcal{A}_1, \dots, A_n \in \mathcal{A}_m$ και $P(A_1) = \dots = P(A_m) = 0$. Επειδή $\sum_{n=1}^m P(A_n) = 0$, διαβάζουμε ότι

είναι $\sum_{n=1}^m A_n \in \bigcup_{n=1}^m \mathcal{A}_n$, $P\left(\bigcup_{n=1}^m A_n\right) = 0$. Οπότε, $\bigcup_{n=1}^m A_n \subset N$. (1)

Ανό τών συγκεκριμένων ακέρους $\{A_{m+1}, A_{m+2}, \dots, A_n\} \in N'$, όπως διέπει προφέτειν, $\{A_{m+1}^c, A_{m+2}^c, \dots, A_n^c\} \in N$

$$\Rightarrow \bigcup_{n=m+1}^{+\infty} A_n^c = \bigcup_{n=m+1}^{+\infty} A_n \in N' \quad (\text{2})$$

Ανό (1), (2) $\Rightarrow \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \subset N \cup N' = \emptyset$. Επομένως, η σ-αλγεβρα

Σύσταση 1ο: Ορθοιως / A) 2ο Λίθος Βοτρεψ - (απότομη: Αν $X \sim N(0, f, p)$ καὶ $(A_n, n \in N)$ διέπει

$$\sum_{n=1}^{+\infty} P(A_n) \leq +\infty, \text{ τότε } P(\limsup A_n) = 1. \text{ Απόδειξη: } P(\limsup A_n) = \\ = P\left(\bigcap_{n=1}^{+\infty} \overline{\bigcup_{m=n}^{+\infty} A_m}\right) \xrightarrow{\text{Από τη σύσταση}} \prod_{n=1}^{+\infty} P\left(\bigcup_{m=n}^{+\infty} A_m\right) \xrightarrow{\text{Στη σύσταση}} \prod_{n=1}^{+\infty} 1 = 1. \text{ Το τελευταίο θα}$$

πρέπει $P\left(\bigcup_{m=n}^{+\infty} A_m\right) = 1 \Leftrightarrow \epsilon \in N$. Ή, ε.γ., 2.8 σημ. \dots

B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} X_n = x$, $X_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} x$ $\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{1. } \text{Εάν } n \text{θ. } x_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0 \\ \text{2. } \text{Εάν } n \text{θ. } 1 - x_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1 \end{array} \right\}$

Οι δύο πρώτες $x=0$ $\Rightarrow P(\lim_{n \rightarrow +\infty} |X_n| = 0) = 1$ $\xrightarrow{\text{επίλεγμα}} P(\lim_{n \rightarrow +\infty} |X_n| = 0) = 1$ ουν

το δεύτερο \Rightarrow προστίθεται $X_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} x = 0$. Ε.γ.

ΑΕΩΨ. Π(θ. -) / ΦΕΒΡ. 2020 / Θέμα 4^ο | B) Διπλής f στην αρχή, για

Ο έτις, οπότε $Q(\cdot) = E[X \cdot 1_A] = E[X] \stackrel{\text{οποί.}}{=} 1$

Η X είναι και η λαβαγγελή προς τις τιμές οι 1, διότι
 $Q(A) = E[X \cdot 1_A] \geq Q \forall A \in \mathcal{F}$.

Επων $A_1, 1=1, 2, \dots$ CF με $A_k \cap A_m = \emptyset$ $\forall k \neq m$ (σ_A). σίγουρα περισσός.

Τότε ~~$\bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \in \mathcal{F}$~~ $\forall A_1 \dots A_n \in \mathcal{F}$ $Q\left(\bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n\right) = E\left[X \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} 1_{A_n}\right]$ ~~μεταξύ 1_{A_n}~~ $\stackrel{\text{και } A_n \in \sigma_A}{=} E\left[X \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} 1_{A_n}\right] =$
 $= \sum_{n=1}^{+\infty} E[X \cdot 1_{A_n}] = \sum_{n=1}^{+\infty} Q(A_n)$

Συντομεύοντας θα έχουμε $Q(f)$.

Ανά τον αριθμό της σ. κ. θα έχουμε στην σ. κ. f της X να έχει (\cdot, f, Q) θα
 σίγουρα $f_Q(x) = Q[(x, -\infty, X)] = Q[X < x] = \sum_{n=1}^{+\infty} \Pr[X < x]$ έχουμε $B(n)$
~~το ίδιο για την~~ $= E[X \cdot 1_{(-\infty, x]}] = \sum_{n=1}^{+\infty} n \Pr[X < x]$ ~~αριθμ. της~~

Εγναντική ημερησία | φεβρ. 2020/εβδομάδα 4^η | Συνέχεια B (μονοπλόκος $E(X)$)

→ Από (a) ιδιότητα: $E_Q(X) = \int_0^{+\infty} Q[X > x] dx = \int_0^{+\infty} E[X_{1(x, +\infty)}] dx =$

~~$\int_0^x E[X_{1(x, +\infty)}] dx + \int_x^{+\infty} E[X_{1(x, +\infty)}] dx \xrightarrow{\text{Αριθ.}} \int_x^{+\infty} E[X] dx =$~~

~~$E[E[X^2]]_x - \int_x^{+\infty} E[\frac{x^2}{z}] dx = E[X^2] = \frac{1}{2}E[X^2]$~~ (1)

'Οπως αναφέρθηκε $V[X] = E[X^2] - E[X]^2$ \Rightarrow

$\Rightarrow 1 = E[X^2] - 1^2 \Rightarrow E[X^2] = 1+1 \Rightarrow E[X^2] = 2$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow E_Q(X) = \frac{1}{2} \cdot 2 \Rightarrow E_Q(X) = 1 = E(X)$

Επ. Β. Επ. / ΑΠΘ. ΗΠ/ Εισαγ. 2^ο | a) $X_n \xrightarrow{P} X \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - X| > \epsilon)$

B) Εστω ότι $X_n \xrightarrow{P} X$ και $X_n \xrightarrow{P} Y$. Οτιδήποτε οριζόντια πίεση $P(|X_n - X| > \epsilon) = 0$, $P(|X_n - Y| > \epsilon) = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - X| > \epsilon) = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - Y| > \epsilon) = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - Y| > \epsilon) = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} X_n = X$, $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n = Y \Rightarrow X = Y$. Αφού η σειρά είναι πολυπλοκή, το οριζόντιο πρόβλημα είναι να δείξουμε $A = \{w \in \Omega : X = X_n\}$, $B = \{w \in \Omega : Y = Y_n\}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(B) = 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} P(X = X_n) = 1$ ή $\lim_{n \rightarrow \infty} P(Y = Y_n) = 1$. Αφού X έχει πολυπλοκή πρόσημη, $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n = X$ ή $\lim_{n \rightarrow \infty} Y_n = Y$.