

# ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

## ΦΥΣΙΚΗ IV - ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (Ιούνιος 2018).

Διδάσκοντες: Κ. Φαράκος

**1<sup>o</sup> Θέμα** (25 μονάδες): Φορτισμένο σωματίδιο μάζας  $m$  κινείται σε κυκλική τροχιά υπό την επίδραση ενός δυναμικού της μορφής  $V(r) = \lambda r^4$ . (α) Χρησιμοποιήστε την συνθήκη κβάντωσης της στροφορμής του Bohr για να βρείτε την ολική ενέργεια της π-οστής στάθμης του σωματιδίου. (β) Εστια ότι το σωματίδιο αποδιεγείρεται και μεταπίπτει από μια αρχική κατάσταση  $n$ , σε μία χαμηλότερη ενέργειακή κατάσταση  $n'$  εκπλέμποντας ένα φωτόνιο. Να υπολογίσετε την συχνότητα του εκπεμπόμενου φωτονίου συναρτίζει των δεδομένων του προβλήματος.

**2<sup>o</sup> Θέμα** (25 μονάδες): Σωμάτιο μάζας  $m$  κινείται σε απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού πλάτους  $a$ ,  $0 \leq x \leq a$ , και έχει αρχική κυματοσυνάρτηση που δίνεται από την σχέση  $\Psi(x, t=0) = A \sin^3(\pi x/a)$ . (α) Προσδιορίστε την σταθερά  $A$  και την κυματοσυνάρτηση  $\Psi(x, t)$  σαν συνάρτηση του χρόνου  $t$ . (β) Σε μία μέτρηση της ενέργειας ποιες τιμές θα πάρουμε και με τι πιθανότητα; (γ) Υπόλογίστε την αβεβαιότητα της ενέργειας  $\Delta E$  ως συνάρτηση του χρόνου. Υπόδειξη:  $\sin^3(\theta) = \frac{1}{4}(3\sin(\theta) - \sin(3\theta))$

**3<sup>o</sup> Θέμα** (20 μονάδες): Εάν η δυναμική ενέργεια είναι μιγαδική συνάρτηση της θέσης  $V = V_1 + iV_2$ , τότε η πιθανότητα δεν διατηρείται. Αποδείξτε την εξίσωση:  $\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x} + \frac{2V_2}{\hbar} P(x, t)$  που ισχύει μεταξύ πικνότητας πιθανότητας  $P(x, t) = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t)$  και ρεύματος πικνότητας πιθανότητας  $J$  αφού ορίσετε κατάλληλα το ρεύμα πικνότητας πιθανότητας  $J$ . Η κυματοσυνάρτηση  $\Psi$  του κβαντικού συστήματος ικανοποιεί την εξίσωση του Schroedinger.

**4<sup>o</sup> Θέμα** (30 μονάδες): Η μέτρηση της ενέργειας σε ένα κβαντικό σύστημα την χρονική στιγμή  $t=0$  έδωσε τις τιμές  $E_0$ ,  $E_1$  και  $E_2$  με πιθανότητα αντίστοιχα  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  και  $\frac{1}{4}$ . (α) Γράψτε την έκφραση της κυματοσυνάρτησης  $\Psi(x, 0)$ . (β) Δώστε την  $\Psi(x, t)$  για  $t > 0$ . (γ) Εάν το κβαντικό σύστημα είναι ένας μονοδιάστατος αρμονικός ταλαντωτής υπολογίστε την μέση τιμή της ενέργειας για  $t > 0$  και την μέση τιμή  $\langle x \rangle$  της θέσης την χρονική στιγμή  $t=0$ . Σημειώστε, για τον υπολογισμό της  $\langle x \rangle$  να χρησιμοποιήσετε τους τελεστές δημιουργίας και καταστροφής ( $a'$ ,  $a$ ) και να βρείτε την δράση του  $x$  στην  $\psi$ .

Οι τελεστές  $a$  και  $a'$  ορίζονται ως εξής:

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}x + \frac{ip}{\sqrt{2m\hbar\omega}}, \quad a' = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}x - \frac{ip}{\sqrt{2m\hbar\omega}}$$

για έναν αρμονικό ταλαντωτή μάζας  $m$  και συχνότητας  $\omega$ .