

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ &
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΗΡΩΩΝ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 9
ΑΘΗΝΑ 157 80
Τηλ: 210 772-3032, Fax: 210 772-3025

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY
DEPARTMENT OF PHYSICS
ZOGRAFOU CAMPUS
157 80 ATHENS - GREECE
Phone : +30 210 772-3032, Fax: +30 210 772-3025
html://www.physics.ntua.gr

Φυσική IV (Κβαντομηχανική-I), ΣΕΜΦΕ 4^ο Εξ., Ακ. Έτος 2015

Έκτακτη Εξέταση

Διδάσκοντες: Θ. Αλεξόπουλος, Γ. Ζουπάνος

Συνεργάτες: Γ. Μανωλάκος, Κ. Ντρέκης

Πέμπτη 5.2.2015 12:00, Διάρκεια 2 ώρες

Θέμα 1. Το ηλεκτρόνιο στο άτομο του υδρογόνου κινείται κυκλικά γύρω από τον πυρήνα και η ολική του ενέργεια δίνεται από τη σχέση

$$E = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- α) Χρησιμοποιώντας την συνθήκη κβάντωσης της στροφορμής $l = n\hbar$ ($n = 1, 2, \dots$) να βρείτε την ολική ενέργεια της n -οστής κατάστασης του ηλεκτρονίου.
- β) Να υπολογίσετε τη σχέση που μας δίνει τη συχνότητα των εκπεμπόμενων φωτονίων συναρτήσει της αρχικής και τελικής κατάστασης n_i και n_f αντίστοιχα. Εφαρμόστε για μετάβαση από την 1η διεγερμένη στη θεμελιώδη στάθμη.

Θέμα 2. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η κατάσταση ενός σωματιδίου μάζας m σε ένα απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού ($0 < x < L$) περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση

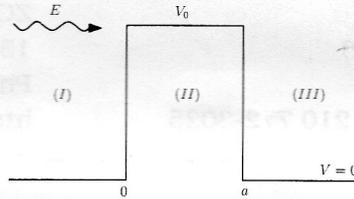
$$\psi(x) = A \sin^3\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

- α) Υπολογίστε τον συντελεστή κανονικοποίησης A .
- β) Ποιά είναι τα δυνατά αποτελέσματα μέτρησης της ενέργειας του σωματιδίου στην κατάσταση αυτή και ποιά η πιθανότητα εμφάνισης του καθενός ;
- γ) Υπολογίστε τη μέση ενέργεια και την αβεβαιότητα της ενέργειας του σωματιδίου στην κατάσταση αυτή. Εκφράστε τα αποτελέσματά σας συναρτήσει μόνο της ενέργειας E_1 .

Υπενθύμιση: $\sin^3(ax) = \frac{3 \sin(ax) - \sin(3ax)}{4}$

Θέμα 3. Μονοενεργειακή δέσμη σωματιδίων ενέργειας E και μάζας m προσπίπτει από αριστερά σ' ένα δυναμικό της μορφής

$$V(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ V_0 & , \quad 0 < x < a \\ 0 & , \quad x > a \end{cases}$$



όπου $V_0 > 0$ και $E = V_0$.

- Να λυθεί η εξίσωση Schrödinger στις περιοχές (I), (II) και (III)
- Να υπολογίσετε το προσπίπτον ρεύμα στην περιοχή (I), $J_{\text{πρ}}^{(I)}$ και το διερχόμενο ρεύμα στην περιοχή (III), $J_{\text{δ}}^{(III)}$.
- Δείξτε ότι ο συντελεστής διέλευσης είναι

$$T = \frac{4}{4 + \frac{2mV_0a^2}{\hbar^2}}$$

Θέμα 4. Η κατάσταση ενός μονοδιάστατου αρμονικού ταλαντωτή μάζας m και γωνιακής συχνότητας ω τη χρονική στιγμή $t = 0$ περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση:

$$\psi = \frac{1-i}{\sqrt{3}}\psi_0 + \frac{N}{\sqrt{3}}\psi_1 \quad (1)$$

όπου ψ_0 και ψ_1 ορθοκανονικές ιδιοσυναρτήσεις του αρμονικού ταλαντωτή.

- Αφού υπολογίσετε τη σταθερά κανονικοποίησης N να βρείτε τα δυνατά αποτελέσματα της ενέργειας και την πιθανότητα εμφάνισής τους.
- Να βρεθεί η μέση τιμή της ενέργειας και η πιθανότητα να μετρήσουμε τη μέση τιμή.
- Γίνεται μέτρηση της ενέργειας με αποτέλεσμα $E = \frac{3}{2}\hbar\omega$. Σε ποιά κατάσταση βρίσκεται το σύστημα; Στη συνέχεια γίνεται δεύτερη μέτρηση της ενέργειας. Ποιά είναι η πιθανότητα να μετρήσουμε ενέργεια $E = \frac{\hbar\omega}{2}$;
- Αφού υπολογίσετε το μεταθέτη $[\hat{H}, \hat{a}^\dagger]$ αποδείξτε τη σχέση

$$\hat{H}(\hat{a}^\dagger\psi_n) = (E_n + \hbar\omega)(\hat{a}^\dagger\psi_n)$$

Η εξέταση πραγματοποιείται με ανοικτά βιβλία αλλά ΟΧΙ προσωπικές σημειώσεις.

Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Να απαντήσετε σε όλα θέματα.

Καλή επιτυχία.