

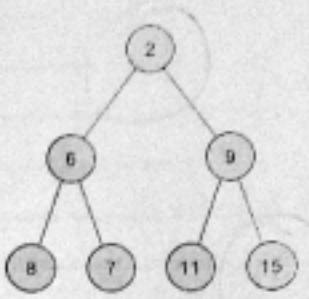
- Να απαντήθουν ΟΛΛΑ (5) τα θέματα.
- Διάρκεια: 2 1/2 ώρες.
- Καλή επιτυχία.

**Θέμα 1\***

A. Να περιγραφεί ο τρόπος/αλγόριθμος σύμφωνα με τον οποίο εκτελείται η διαγραφή του ελαχίστου στοιχείου (`deleteMin()`) από ένα δυαδικό σωρό ελαχίστου (`min-heap`).

B. Δίνεται ο σωρός-ελαχίστου του διπλανού σχήματος όπου κάθε κόμβος του δένδρου αναγράφει μόνο το ίδιο το στοιχείο που περιέχει.

Με βάση την απάντησή σας στο ερώτημα A, να περιγραφεί το ο δυαδικός σωρός ~~είναι αριθμός~~ που προκύπτει μετά από πέντε (5) `deleteMin()` πράξεις.

**Θέμα 2\***

Έστω δύο ταξινομημένα διανύσματα  $A, B$ , μεγέθους  $n$  έκαστο. Περιγράψτε και αναλύστε έναν αλγόριθμο ο οποίος εντοπίζει σε  $O(\log n)$  χρόνο το μεσαίο, από ύποψη διάταξης, στοιχείο των δύο διανυσμάτων.

**Θέμα 3\***

Έστω δύο ταξινομημένα (σε αύξουσα σειρά) σύνολα αριθμών  $S_1$  και  $S_2$  (έκαστο μεγέθους  $n$ ) και ένας αριθμός  $x$ . Σχεδιάστε έναν  $O(n)$  αλγόριθμο ο οποίος βρίσκει εάν υπέρχει ένα ζεύγος αριθμών, ένας από το  $S_1$  και ένας από το  $S_2$ , οι οποίοι έχουν άθροισμα  $x$ .

**Θέμα 4\***

Έστω μη κατευθυνόμενο γράφημα  $G=(V,E)$  το οποίο αναπαρίσταται με μορφή «λιστών γειτνιαστηρίου» (adjacency lists). Να αναπτυχθεί αλγόριθμος ο οποίος επιστρέφει το συμπληρωματικό γράφημα  $\bar{G}$  του  $G$ . Υπενθυμίζεται ότι το συμπληρωματικό γράφημα ενός γραφήματος  $G$  έχει το ίδιο σύνολο κορυφών με το  $G$  και περιέχει τις ακμές οι οποίες «λείπουν» από το  $G$ . Να αναλύσετε την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας.

**Θέμα 5\***

Στο πρόβλημα bin-packing μας δίνονται  $n$  αντικείμενα όπου το βάρος του καθενός (σε κιλά) είναι ένας αριθμός στο διάστημα  $(0,1]$ . Μας δίνεται επίσης ένας (απεριόριστος) αριθμός από δοχεία (bins). Σκοπός μας είναι να βρούμε τον μικρότερο αριθμό δοχείων που χωρούν όλα τα  $n$  αντικείμενα, υπό την προϋπόθεση ότι κανένα δοχείο δεν έχει αντικείμενα βάρους μεγαλύτερου του ενός κιλού.

Η ευρετική μέθοδος (heuristic) *any-fit* δουλεύει ως εξής: Εξέτασε τα αντικείμενα στη σειρά που σου δίνονται. Τοποθέτησε το αντικείμενο σε ένα μερικώς γεμάτο δοχείο στο οποίο χωράει. Εάν δεν υπάρχει τέτοιο δοχείο, χρησιμοποιήσε ένα νέο δοχείο.

- Na σχεδιάσετε έναν αλγόριθμο ο οποίος υλοποιεί την ευρετική μέθοδο *any-fit*. Ο αλγόριθμος θα δέχεται ως είσοδο τα βάρη  $w_1, w_2, \dots, w_n$  των αντικειμένων και θα επιστρέψει σε  $O(n \log n)$  χρόνο τον απαντώμενο αριθμό δοχείων καθώς και το ποια αντικείμενα βρίσκονται στο κάθε δοχείο.
- Επιστρέφει η μέθοδος *any-fit* το βέλτιστο (δηλ. τον μικρότερο δυνατό) αριθμό δοχείων? Εάν ναι να αποδειχθεί. Εάν όχι, να δοθεί αντιπαράθετημα.