

Εργαστηριακή Άσκηση 3

Θέμα: Προσομοίωση και Στατιστική Συμπερασματολογία

1. Με τη βοήθεια της R να βρεθούν τα παρακάτω:
 - a. Αν $X \sim N(0,1)$, να βρεθεί η πιθανότητα $P(X>1)$.
 - b. Αν $X \sim N(0,1)$, να βρεθεί η τιμή του y: $P(X<y)=0.8$.
 - c. Αν $X \sim N(\mu = 10, \sigma^2 = 4)$, να βρεθεί η πιθανότητα $P(X<11)$.
 - d. Αν $X \sim N(\mu = 10, \sigma^2 = 4)$, να βρεθεί η τιμή του y: $P(X>y)=0.6$.
 - e. Αν $X \sim \text{Beta}(2,2)$, να υπολογιστεί το $F(3)$.
 - f. Αν $X \sim \text{Gamma}(4,2)$, να υπολογιστεί πιθανότητα $P(1 < X < 2)$.
 - g. Αν $X \sim \text{Bin}(10,0.7)$, να υπολογιστεί η σ.μ.π. σε κάθε τιμή που μπορεί να πάρει η τ.μ. X.
 - h. Αν $X \sim \text{Nbin}(3,0.5)$, να υπολογιστεί η σ.μ.π. για τις τιμές από το 3 έως και το 10.
 - i. Να βρεθεί η διάμεσος της κατανομής του Snedecor με 3 και 5 βαθμούς ελευθερίας.
 - j. Να υπολογιστεί η σ.π.π. της τ.μ. $X \sim \text{ChiSq}(10)$ στα σημεία 1, 3 και 5.
 - k. Να προσομοιώσετε 100 τιμές από την υπεργεωμετρική κατανομή με παραμέτρους $m=10$, $n=7$ και $k=8$.
2. Δώστε τη γραφική παράσταση των παρακάτω κατανομών:
 - a. Snedecor(10,15).
 - b. Weibull(2,4).
 - c. NegBin(2,0.7).
3. Προσομοιώστε 4 τυχαία δείγματα μεγέθους 150 το καθένα από την εκθετική κατανομή με μέση τιμή 2 και ελέγξτε αν ισχύει ο A.N.M.A..
4. Προσομοιώστε 150 τυχαία δείγματα μεγέθους 200 το καθένα από τη γεωμετρική κατανομή με παράμετρο 0.4 και ελέγξτε αν ισχύει το K.O.Θ..
5. Οι παρακάτω 30 παρατηρήσεις μας δίνουν τον αριθμό που χρειάσθηκε να ρίξουμε ένα νόμισμα μέχρι την εμφάνιση κεφαλής.
 3 1 2 3 1 1 1 4 1 1 7 1 1 2 1 2 1 1 2 2 2 1 1 3 1 2 4
 Να βρεθεί η E.M.P με τη βοήθεια της R του ποσοστού εμφάνισης κεφαλής στο νόμισμά μας.
6. Οι παρακάτω παρατηρήσεις προέρχονται από μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $(\theta, 10)$:
 9.92 9.35 7.81 8.82 9.34 7.01 8.80 6.97 5.87 9.71 5.26 9.30 8.17 9.67 9.23
 7.41 6.80 9.06 9.96 5.36 8.88 6.89 8.23 6.00 9.00 5.85 9.71 9.79 8.22 8.91.
 Να βρεθεί η E.M.P του θ με τη βοήθεια της R.

Εργαστηριακή Άσκηση 3

Θέμα: Προσομοίωση και Στατιστική Συμπερασματολογία

1.
 - a. pnorm(1,lower.tail=FALSE)
 - b. qnorm(0.8)
 - c. pnorm(11,10,2)
 - d. qnorm(0.6,10,2,lower.tail=F)
 - e. pbeta(3,2,2)
 - f. pgamma(2,4,2)-pgamma(1,4,2)
 - g. x<-0:10; dbinom(x,10,0.7)
 - h. x<-3:10; dnbinom(x,3,0.5)
 - i. qf(0.5,3,5)
 - j. x<-c(1,3,5); dchisq(x,10)
 - k. rhyper(100,10,7,8)

2.
 - a. x<-seq(0,10, 0.001); plot(x, df(x,10,15), type='l')
 - b. x<-seq(0,15, 0.001); plot(x, dweibull(x,2,4), type='l')
 - c. x<-0:10
pr<-dnbinom(x,2,0.7)
plot(x,pr,type="h",xlim=c(0,10),ylim=c(0,1), col="blue",ylab="p")
points(x,pr,pch=20,col="dark red")¹.

3.


```
par(mfrow=c(2,2))
for(i in 1:4)
{
  x<-rexp(150,0.5)
  xbar<-cumsum(x)/(1:150)
  plot(xbar)
  abline(h=2)
}
```

4.


```
geom.clt<-function(k,n,p)
{
```

¹ Στην R η Αρνητική Διωνυμική με παραμέτρους n και p έχει σ.μ.π

$$\cdot \binom{n+x-1}{x} p^n (1-p)^x, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

```

Sn<-rep(NA,k)
for(i in 1:k)
{
  x<-rgeom(n,p)
  Sn[i]<-sum(x)
}
return(Sn)
}
run<-geom.clt(150,200,0.4)
par(mfrow=c(1,2))
hist(run)
qqnorm(run)
qqline(run)
mean(run)
var(run)

```

5. ²

```

x<- c(3, 1, 2, 3, 1, 1, 1, 4, 1, 1, 7, 1, 1, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 1, 1,
      3, 1, 2, 4)
y<-x-1
p<-seq(0.001, 0.999, length=10000)
geom_loglikelihood<-function(data, p){
  results<-rep(NA,10000)
  for(i in 1:10000){
    results[i]<-sum(dgeom(data,p[i],log=T))
  }
  return(results)
}
results<-geom_loglikelihood(y, p)
plot(p, results, xlab="p ", ylab="loglikelihood", type="l")
actual_mle<- (1+mean(y))^{(-1)}
actual_mle
p[order(results)[10000]]

```

6.

```

x<-c(9.92, 9.35, 7.81, 8.82, 9.34, 7.01, 8.80, 6.97, 5.87, 9.71, 5.26,
      9.30, 8.17, 9.67, 9.23, 7.41, 6.80, 9.06, 9.96, 5.36, 8.88, 6.89, 8.23,
      6.00, 9.00, 5.85, 9.71, 9.79, 8.22, 8.91)
min(x)
theta<-seq(0.1, 9.9, length=10000)
uniform_likelihood<-function(data, theta){
  results<-rep(NA,10000)
  for(i in 1:10000){
    results[i]<-prod(dunif(data, theta[i], 10))
  }
}

```

² Στην R η Γεωμετρική κατανομή με παραμέτρους n και p έχει σ.μ.π.

$$\binom{n+x-1}{x} p^n (1-p)^x, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

```
return(results)
}
results<-uniform_likelihood(x, theta)
plot(theta, results, xlab="theta", ylab="likelihood", type="l")
```