

- **Να απαντηθούν ΟΛΑ (5) τα θέματα.**
- **Διάρκεια: 2 ½ ώρες.**
- **Καλή επιτυχία.**

Θέμα 1^ο

Σε μία δομή «σωρού ελαχίστου» (min-heap) εισάγονται στοιχεία τα οποία έχουν ως κλειδιά τους αριθμούς:

$<2, 4, 6, 8, 10, 9, 7, 5, 3, 1>$

Να περιγραφεί ο «σωρός» που προκύπτει μετά την εισαγωγή κάθε στοιχείου. Τα στοιχεία εισάγονται με την σειρά που παρουσιάστηκαν. Κάθε κόμβος του δένδρου αναγράφει μόνο το κλειδί του στοιχείου που περιέχει.

Θέμα 2^ο

Τα παρακάτω ερωτήματα αφορούν ένα νόμιμο σωρό μεγίστου (υλοποιημένο ως δυαδικό δένδρο) ο οποίος έχει παραχθεί από κάποια ακολουθία εγγραφών/διαγραφών και στο οποίο επιτρέπεται η παρουσία του ίδιου κλειδιού περισσότερες από μία φορές.

- A. Έστω ότι κάθε κλειδί μπορεί να εμφανιστεί μόνο έως δύο φορές. Είναι οι κόμβοι που έχουν την ίδια τιμή πάντοτε γειτονικοί στο δένδρο; Αιτιολογείστε.
- B. Πως βρίσκω το 3^ο μεγαλύτερο στοιχείο του σωρού; Ποια η πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης;

Θέμα 3^ο

Να υπολογιστεί ο μέγιστος αριθμός στοιχείων που μπορεί να περιέχει ένα «δυαδικό δένδρο αναζήτησης» το οποίο έχει ύψος h . Να εξηγήσετε αναλυτικά κάθε βήμα του υπολογισμού σας.

Θέμα 4^ο

- A. Σε δένδρο προσθέτουμε k ακμές έτσι ώστε να προκύψει απλό γράφημα. Δείξτε ότι το γράφημα αυτό έχει τουλάχιστον k απλούς κύκλους
- B. Έστω G απλό συνεκτικό γράφημα με n κορυφές και $m \geq 2n - 2$ ακμές. Δείξτε ότι το G περιέχει δύο απλούς κύκλους ίσου μήκους.

Γυρίστε σελίδα.

Θέμα 5^o

Ένα πρόγραμμα ανάλυσης πρόσβασης διαβάζει ένα αρχείο που περιέχει κωδικούς (integers) χρηστών που έκαναν χρήση μίας υπηρεσίας (π.χ. Remote Banking). (Στο αρχείο καταγράφεται, για κάθε πρόσβαση που έγινε προς την υπηρεσία, ο κωδικός του χρήστη (ένας θετικός ακέραιος) που την πραγματοποίησε και η IP διεύθυνση (string) από την οποία έγινε η πρόσβαση.)

Το πρόγραμμα ανάλυσης υπολογίζει και εκτυπώνει τις k IP διευθύνσεις από τις οποίες έγιναν οι περισσότερες προσβάσεις καθώς και του διακριτούς χρήστες που είχαν πρόσβαση από κάθε μία από αυτές τις διευθύνσεις. Η τιμή k δίνεται ως παράμετρος στο πρόγραμμα.

Για παράδειγμα, μία τυπική έξοδος για $k=3$ μπορεί να είναι:

Οι 3 IP διευθύνσεις με τον μεγαλύτερο αριθμό προσβάσεων είναι:

76.39.99.139 (30 προσβάσεις)

Χρήστες: 2345, 3453, 5555, 1111

70.23.23.219 (22 προσβάσεις)

Χρήστες: 1234, 9876, 8989, 3456, 7777, 5656, 5050

77.37.12.104 (17 προσβάσεις)

Χρήστες: 7777, 9999

Να περιγραφεί αλγόριθμος για το πρόγραμμα ανάλυσης πρόσβασης που βασίζεται στη χρήση κατάλληλων ΑΤΔ. Υπάρχουν πολλές λύσεις (με διαφορετική ασυμπτωτική απόδοση) στο πρόβλημα της «ανάλυσης μετρήσεων». **Σκοπός** είναι να παραχθεί μία λύση η οποία είναι «γρήγορη» στη χειρότερη περίπτωση. Να υπολογίσετε την ασυμπτωτική πολυπλοκότητα της λύσης σας ως συνάρτηση των:

<i>m</i>	Ο αριθμός των «προσβάσεων» που περιέχει το αρχείο
<i>l</i>	Ο αριθμός των διακριτών IP διευθύνσεων από τις οποίες έγινε πρόσβαση στην υπηρεσία
<i>n</i>	Ο αριθμός των διακριτών χρηστών που έκαναν χρήση της υπηρεσίας
<i>k</i>	Ο αριθμός των IP διευθύνσεων που περιλαμβάνονται στην έξοδο

Υποθέστε ότι σας δίνεται η μέθοδος **getNextAccess()** η οποία επιστρέφει (σε χρόνο O(1)) από το αρχείο την διεύθυνση IP (string) από την οποία έγινε η πρόσβαση και τον κωδικό (integer) του χρηστή που έκανε την επόμενη πρόσβαση στην υπηρεσία (null εάν δεν υπάρχει).

Σημείωση: Εάν χρειαστεί να τροποποιήσετε κάποια γνωστή υλοποίηση αφηρημένου τύπου δεδομένων, να περιγράψετε αναλυτικά τις όποιες τροποποιήσεις.