

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**Θέμα 1 (2.5 μονάδες)**

Τα ερωτήματα **A** και **B** δε σχετίζονται μεταξύ τους.

A. Ενα κουτί περιέχει 5 κόκκινες και 3 μπλε μπάλες. Οι κόκκινες είναι αριθμημένες από το 1 μέχρι το 5 και οι μπλε από το 1 μέχρι το 3. Δύο μπάλες επιλέγονται από αυτό το κουτί τυχαία και χωρίς επανάθεση. Να βρεθεί η πιθανότητα να έχουν το ίδιο χρώμα ή τον ίδιο αριθμό.

B. Ο αριθμός **X** των πλοίων που έρχονται για να επισκευαστούν στο συνεργείο ενός λιμανιού σε μια ημέρα είναι τ.μ. που ακολουθεί την Poisson με παράμετρο 2.75.

(α) Να βρεθεί η πιθανότητα να έρθουν τουλάχιστον 3 πλοία στο λιμάνι σε μια μέρα για επισκευή.

(β) Να βρεθεί η πιθανότητα να έρθει το πολύ ένα πλοίο στο λιμάνι για επισκευή σε μια μέρα δεδομένου ότι το συνεργείο μπορεί να εξυπηρετήσει το πολύ τρία πλοία σε μια μέρα.

Θέμα 2 (2.5 μονάδες)

Η διάρκεια ζωής **X** (σε λεπτά) ενός εξαρτήματος μιας μηχανής είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση τιμή 12 λεπτά (συνεχούς λειτουργίας).

(α) Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής της τ.μ. **X**.

(β) Αν διαθέτουμε 64 τέτοια εξαρτήματα (οπότε όταν αυτό που χρησιμοποιούμε χαλάει να το αντικαθιστούμε αμέσως με ένα άλλο) που η πιθανότητα να δουλέψει η μηχανή συνεχώς για τουλάχιστον 12 ώρες;

Θέμα 3 (2.5 μονάδες)

Έστω X_1, \dots, X_n τυχαίο δείγμα από κάποιο πληθυσμό με σ.π.π.

$$f(x, \lambda, \sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x-\lambda}{\sigma}}, \quad x \geq \lambda, \quad \lambda \in \mathbb{R}, \sigma > 0.$$

Θεωρήστε ότι το λ είναι γνωστό και το σ είναι άγνωστο.

(α) Να βρεθεί EMPI του σ .

(β) Να βρεθεί EMPI του μέσου των X_1, \dots, X_n .

(γ) Να βρεθεί ροποεκτιμήτρια του σ . Τι παρατηρείτε?

Θέμα 4. (2.5 μονάδες)

Σκοπός μιας έρευνας είναι να μελετηθεί η επίδραση συγκεκριμένων περιβαλλοντολογικών παραγόντων στην αντοχή ενός υλικού. Για το λόγο αυτό μετρήθηκε η αντοχή 9 διαφορετικών κομματιών του ιδίου υλικού πριν και μετά την έκθεσή τους στις συγκεκριμένες περιβαλλοντολογικές συνθήκες. Τα αποτελέσματα από τις μετρήσεις δίνονται πιο κάτω. Υποθέτουμε ότι η αντοχή του υλικού πριν και μετά την έκθεσή του στις συγκεκριμένες περιβαλλοντολογικές συνθήκες ακολουθεί κανονική κατανομή.

Μετά 65 51 65 46 80 65 95 56 88

Πριν 59 50 60 45 80 60 90 55 85

(α) Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=10\%$ εάν οι διασπορές της αντοχής του υλικού πριν και μετά την έκθεση στις συγκεκριμένες περιβαλλοντολογικές συνθήκες είναι ίσες.

(β) Να κατασκευαστεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των μέσων της αντοχής πριν και μετά την έκθεση στις περιβαλλοντολογικές συνθήκες.

Διωνυμικη	$E(X) = np, \text{Var}(X) = np(1-p)$
$f(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, \dots, n$	
Γεωμετρικη $f(x) = p(1-p)^{x-1}, x = 1, 2, \dots$	$E(X) = \frac{1}{p}, \text{Var}(X) = \frac{1-p}{(p)^2}$
Poisson $f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, \dots$	$E(X) = \lambda, \text{Var}(X) = \lambda$
Κανονικη $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in R$	$E(X) = \mu, \text{Var}(X) = \sigma^2$
Γαμμα $f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, x > 0$ $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)!$ για $\alpha \in Z$	$E(X) = \frac{\alpha}{\beta}, \text{Var}(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$
Εκθετικη $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$	$E(X) = \frac{1}{\lambda}, \text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

Δίνεται ότι:

$$\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(2.33) = 0.990, \Phi(1.645) = 0.95, \Phi(1.29) = 0.90$$

$$\Phi(2.5) = 0.993, \Phi(1.5) = 0.933, \Phi(3.99) = 0.999, \Phi(2.055) = 0.98,$$

$$\Phi(2.22) = 0.986, \Phi(0.5) = 0.691, \Phi(0.85) = 0.802$$

$$P(t_{11} > 1.796) = 0.05, P(t_{20} > 1.325) = 0.1, P(t_{19} > 1.328) = 0.1, P(t_{11} > 1.363) = 0.1$$

$$P(t_9 > 2.821) = 0.01, P(t_8 > 2.896) = 0.01, P(t_9 > 2.262) = 0.025, P(t_8 > 2.306) = 0.025$$

$$P(t_{18} > 1.734) = 0.05, P(t_{16} > 1.764) = 0.05, P(t_{18} > 2.101) = 0.025, P(t_{16} > 2.120) = 0.025$$

$$P(t_5 > 2.015) = 0.05, P(t_6 > 1.943) = 0.05, P(t_{12} > 1.782) = 0.05, P(t_{10} > 1.812) = 0.05$$

$$P(\chi_9^2 > 21.66) = 0.01, P(\chi_8^2 > 20.09) = 0.01, P(\chi_5^2 > 15.09) = 0.01, P(\chi_{12}^2 > 26.22) = 0.01$$

$$P(\chi_6^2 > 12.59) = 0.01, P(\chi_9^2 > 16.91) = 0.05, P(\chi_8^2 > 15.50) = 0.05, P(\chi_{12}^2 > 21.03) = 0.05$$

$$P(\chi_9^2 > 2.08) = 0.99, P(\chi_8^2 > 1.64) = 0.99, P(\chi_5^2 > 0.5543) = 0.01, P(\chi_{12}^2 > 26.22) = 0.99$$

$$P(F_{9,9} > 3.18) = 0.05, P(F_{9,8} > 3.39) = 0.05, P(F_{8,9} > 3.23) = 0.05, P(F_{8,8} > 3.44) = 0.05$$

* Διάρκεια Εξέτασης: 2 ½ ωρες*