

**ΣΧΟΛΗ Ε.Μ.Φ.Ε. - Ε.Μ.Π. - ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ  
ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ «ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ»**

**6<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ 2013-14**

**29 Αυγούστου 2014 – 3:00 μμ**

**Διδάσκων: Σ. Μαλτέζος**

**Ανοιχτό μόνο το βιβλίο του μαθήματος: «Εισαγωγή στην Ανάλυση Σήματος»**

**Γράφετε και τα 4 ισοδύναμα θέματα**

**Διάρκεια εξέτασης: 2 ½ ώρες**

**Προσοχή!** Η ύπαρξη κινητών τηλεφώνων, iPhone, iPad και συναφών συσκευών (ενεργοποιημένων ή μη) σε ορατό σημείο στη θέση του εξεταζόμενου κατά τη διάρκεια του διαγωνίσματος είναι αιτία μηδενισμού.

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

I) Να ελέγξετε αν το σύστημα που περιγράφεται από τη σχέση εισόδου-εξόδου,  $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} (-1)^t e^{\tau} x(\tau) d\tau$ , είναι: **α)** ευσταθές κατά ΦΕΦΕ, **β)** γραμμικό και **γ)** χρονικά αμετάβλητο.

Υπόδειξη: Μπορείτε να ελέγξετε την ενστάθεια κατά ΦΕΦΕ δοκιμάζοντας με ένα συγκεκριμένο φραγμένο σήμα εισόδου.

II) Θεωρήστε το σήμα  $x(t)$  που δίδεται από την έκφραση:  $x(t) = t e^{-t/2} u(t)$ . Να ελέγξετε αν το σήμα αυτό είναι **α)** αιτιατό και **β)** «ενεργειακό» ή «σήμα ισχύος», υπολογίζοντας το αντίστοιχο μέγεθος.

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Έστω ένα σήμα διαμόρφωσης πλάτους (AM) «Διπλής Πλευρικής Ζώνης με Καταπιεσμένο Φέρον»,  $z(t) = A_c \cos(\omega_c t) v(t)$ , όπου  $v(t)$  ένα αιθαίρετο πραγματικό σήμα διαμόρφωσης με αυτοσυγχέτιση  $R_v(\tau)$ ,  $\omega_c$  η συχνότητα του φέροντος σήματος (carrier) και  $A_c$  το πλάτος του.

a) Να δείξετε ότι η αυτοσυγχέτιση του σήματος  $z(t)$  είναι:  $R_z(\tau) = \frac{1}{2} R_v(\tau) \cos(\omega_c \tau)$ . β) Να βρείτε την ισχύ του σήματος  $z(t)$  από το φάσμα του. γ) Ποια είναι η ελάχιστη συχνότητα επαρκούς δειγματοληψίας του  $z(t)$  για την αποφυγή του σφάλματος «επικάλυψης» ή αλλιώς «επίπλαστων συχνοτήτων» (aliasing);

Δίνεται:  $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$ . Επίσης,  $\omega_c > \omega_v$ , όπου  $\omega_v$  η μέγιστη συχνότητα του σήματος διαμόρφωσης, δηλαδή  $U(\omega) = 0$  για  $|\omega| \geq \omega_v$ , όπου  $U(\omega)$  ο FT του σήματος  $v(t)$ . Λήμμα Riemann-Lebesgue:

για ένα απολύτως ολοκληρώσιμο σήμα  $f(t)$  ισχύει,  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = 0$ .

**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

Έστω ότι ο μετασχηματισμός Fourier ενός σήματος  $x(t)$  είναι:  $X(\omega) = \omega^2 \cos(\omega^2) e^{-\omega^2}$ . Να βρείτε τον μετασχηματισμό Fourier  $Y(\omega)$  του σήματος:  $y(t) = e^{j4t} \frac{dx(2t)}{dt}$ .

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Ένα Γραμμικό, Χρονικά Αμετάβλητο Σύστημα (ΓΧΑΣ) περιγράφεται από τη διαφοροεξίσωση:

$y(n) = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} x(n-k) = \frac{1}{L} [x(n) + x(n-1) + \dots + x(n-L+1)]$  και αποτελεί το φίλτρο κινητού μέσου όρου

(moving average)  $L$ -τάξης. Να δείξετε, μέσω του DTFT, ότι η απόκριση συχνότητας δίνεται από τη

σχέση:  $H(\omega) = D_L(\omega) e^{-j\omega(L-1)/2}$ , όπου  $D_L(\omega) = \frac{\sin(\omega L / 2)}{L \sin(\omega / 2)}$  (συνάρτηση Dirichlet).

**Καλή Επιτυχία !**