

**Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα**  
**25 Φεβρουαρίου 2015**

- **Διάρκεια: 2 ½ ώρες.**
- **Καλή επιτυχία.**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

Να υπολογιστεί ο βέλτιστος κώδικας Huffman που αντιστοιχεί στο παρακάτω σύνολο συχνοτήτων:

a:1, b:2, c:4, d:7, e:12, f:20, g:33, h:54, i:88

Να παρουσιάσετε την δουλειά σας λεπτομερειακά.

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Έστω πίνακας  $A$  με  $n$  στοιχεία. Ένα στοιχείο του  $A$  καλείται *πλειοψηφικό* (majority element) εάν εμφανίζεται περισσότερες από  $n/2$  φορές. **Σχεδιάστε** έναν αλγόριθμο τύπου “διαίρει και βασίλευε” ο οποίος θα εντοπίζει το πλειοψηφικό στοιχείο (εάν υπάρχει) σε χρόνο  $O(n \log n)$ . Δεν επιτρέπεται να μεταχειριστείτε αλγόριθμο ταξινόμησης, καθώς θεωρούμε ότι διαθέσιμη είναι μόνο η πράξη του ελέγχου ισότητας μεταξύ στοιχείων του διανύσματος.

Να επιχειρηματολογήσετε ως προς την ορθότητα του αλγορίθμου σας και να αναλύσετε την πολυπλοκότητα του.

**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

Να αποφανθείτε για την ορθότητα των παρακάτω ισχυρισμών, **αιτιολογώντας** την απάντησή σας.

- Το πρόβλημα του πολλαπλασιασμού αλυσίδας πινάκων μπορεί να λυθεί άπληστα, αρκεί κανείς να εκτελεί τον ακριβότερο πολλαπλασιασμό δύο διαδοχικών πινάκων.
- Το πρόβλημα του πολλαπλασιασμού αλυσίδας πινάκων λύνεται άπληστα αρκεί κανείς να εκτελεί κάθε φορά τον πολλαπλασιασμό δύο διαδοχικών πινάκων που “εξαφανίζει την μεγαλύτερη διάσταση”.

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Μια ακμή  $(u, v)$  ενός γραφήματος  $G$  ονομάζεται μεταβατική (transitive) όταν υπάρχει κορυφή  $w \in V(G)$  τέτοια ώστε  $(u, w) \in E(G)$  και  $(w, v) \in E(G)$ . Δοθέντος ενός γραφήματος  $G$  να δοθεί αλγόριθμος ο οποίος κατασκευάζει υπογράφημα  $G'$  του  $G$  το οποίο δεν περιέχει μεταβατικές ακμές.

Να επιχειρηματολογήσετε ως προς την ορθότητα του αλγορίθμου σας και να αναλύσετε την πολυπλοκότητα του.

**Θέμα 5<sup>ο</sup>**

Να αποδείξετε ότι το πρόβλημα 3SAT είναι NP-complete δεδομένου ότι το πρόβλημα SAT είναι NP-complete.