



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ, ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

## ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ III

των σπουδαστών του 3<sup>ου</sup> εξαμήνου

του Τμήματος Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών  
(Πέμπτη, 21 Φεβρουαρίου 2002. ώρα 08:30)

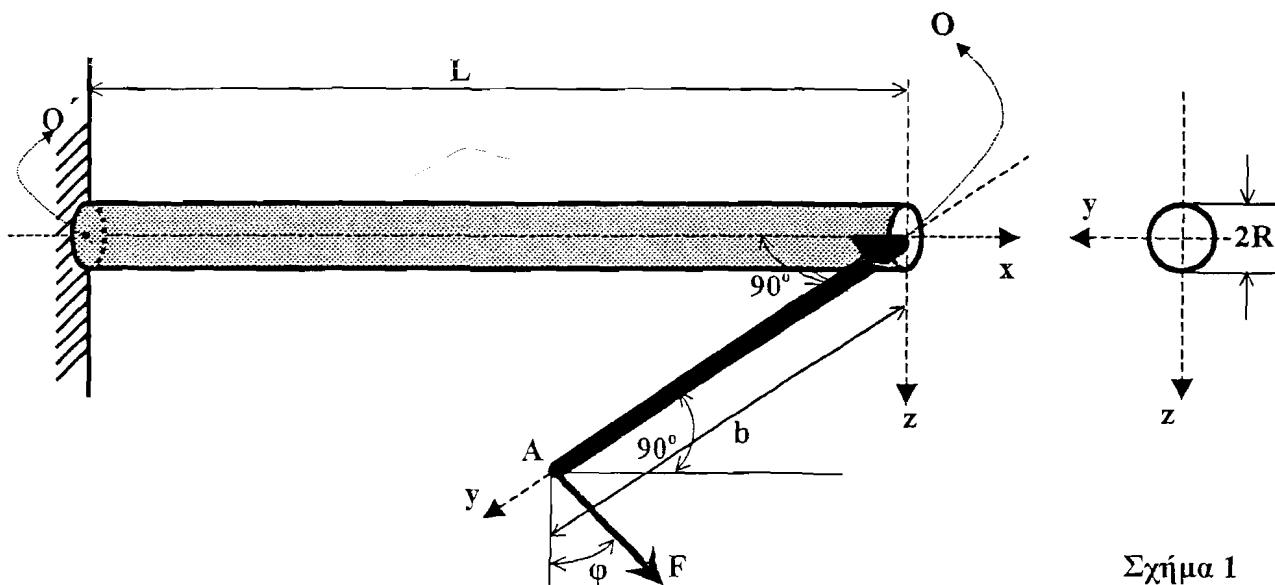
Διδάσκοντες: Σπαθής Γεράσιμος, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ  
Πάζης Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ  
Κουρκουλής Σταύρος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

### Οδηγίες προς τους εξεταζόμενους

- Η διάρκεια της εξετάσεως είναι **3 ώρες**.
- Το φύλλο των θεμάτων αποτελείται από δύο σελίδες (ένα φύλλο) και περιέχει **3 (τρία) ζητήματα**.
- Απαντήστε σε **όλα** τα ζητήματα. Η βαθμολογία ενός εκάστου των ζητημάτων αναγράφεται στην αντίστοιχη εκφώνηση. Οι επί μέρους ερωτήσεις των ζητημάτων δεν είναι ισοδύναμες μεταξύ τους.
- Να απαντάτε αποκλειστικά και μόνον σε ότι ζητείται δικαιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις σας. Αδικαιολόγητες απαντήσεις δεν λαμβάνονται υπόψη, δημιουργούν δε αρνητική εικόνα κατά την βαθμολόγηση του γραπτού.

### ΖΗΤΗΜΑ 1<sup>ο</sup> (35 μονάδες)

Μονόπακτη οριζοντία κυλινδρική δοκός (Ο'Ο), μήκους  $L$  και ακτίνας  $R$ , φορτίζεται με δύναμη  $F$ , η οποία σχηματίζει γωνία  $\phi$  με την κατακόρυφο και είναι παράλληλη με το επίπεδο ( $xz$ ), μέσω του απολύτως ακάμπτου οριζοντίου προβόλου  $OA$ , μήκους  $b$ , ο οποίος είναι στερεώς συγκεκολλημένος υπό ορθή γωνία στο κέντρο,  $O$ , της οριζοντίας δοκού (Σχ.1).



Σχήμα 1

- Περιγράψατε ποιοτικώς την εντατική κατάσταση σε τυχόν σημείο της δοκού, εξηγώντας από ποια φόρτιση προέρχεται κάθε συνιστώσα του εντατικού πεδίου.
- Υποθέτοντας ότι ισχύει η αρχή της υπερθέσεως, να γραφούν οι καρτεσιανές συνιστώσες του τανυστή των τάσεων σε τυχόν σημείο  $S(x,y,z)$  της δοκού, όπως προκύπτουν από τα διάφορα είδη καταπονήσεων, συναρτήσει των μεγεθών  $L,R,F,b$ , και των συντεταγμένων  $(x,y,z)$  του σημείου, για την περίπτωση που η δύναμη είναι κατακόρυφη (δηλαδή για  $\phi=0$ ).
- Για  $L=2$  m,  $R=12$  cm,  $b=1/3$  m και  $F=100$  kN, να υπολογισθεί ο τανυστής των τάσεων στο σημείο  $\Delta$  ( $L/4, -R/3, R/6$ ).
- Υποθέτοντας το υλικό της δοκού όλκιμο με τάση διαρροής υπό μονοαξονικό εφελκυσμό ίση με  $\sigma_d = 200$  MPa, να ελεγχθούν ως προς την ασφάλεια τα σημεία της διατομής πακτώσεως, στα οποία μεγιστοποιείται η ορθή τάση, καθώς και αυτά στα οποία μεγιστοποιείται η διατμητική τάση λόγω τέμνουσας, με συντελεστή ασφαλείας 1.2.

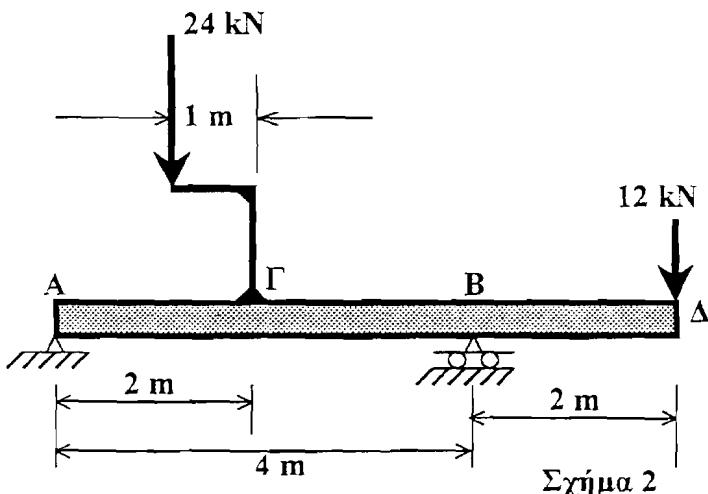
### ΖΗΤΗΜΑ 2<sup>ο</sup> (33 μονάδες)

Μονοπροέχουσα δοκός ΑΓΒΔ στηρίζεται με άρθρωση στο Α και κύλιση στο Β έχει δε συμμετρική ως προς την κατακόρυφο διατομή. Αγνοώντας το ίδιον βάρος της δοκού και για την γεωμετρία και φόρτιση του Σχήματος 2:

a. Να σχεδιασθεί το διάγραμμα ελευθέρου σώματος της δοκού και να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στηρίξεως.

β. Να ευρεθεί η εξίσωση της ελαστικής γραμμής της δοκού για δεδομένη δυσκαμψία  $EI$ , ( $E$  το μέτρο ελαστικότητας του υλικού της δοκού και  $I$

η ροπή αδρανείας της διατομής της) και στη συνέχεια να σχεδιασθεί υπό κατάλληλη κλίμακα με τα αναγκαία κατά την κρίση σας στοιχεία.

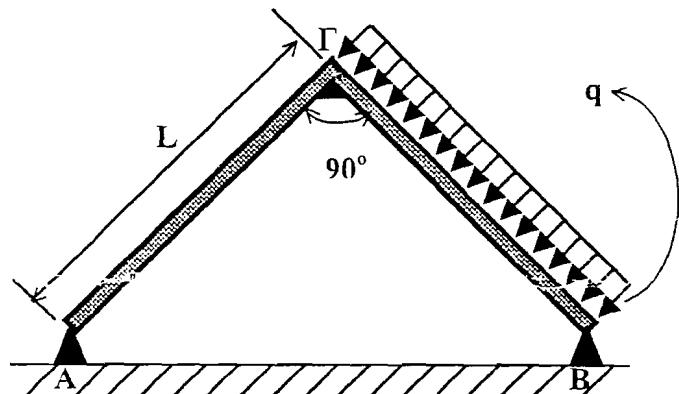


### ΖΗΤΗΜΑ 3<sup>ο</sup> (32 μονάδες)

Αμφιαρθρωτό πλαίσιο ΑΓΒ αποτελείται από δύο δοκούς ΑΓ και ΒΓ τετραγωνικής διατομής, της αυτής γεωμετρίας και από το αυτό υλικό, στερεώς συγκολλημένες στο Γ υπό ορθή γωνία. Η δοκός ΒΓ δέχεται κάθετο ομοιομόρφως κατανεμημένο φορτίο  $q$ , όπως φαίνεται στο Σχ.3.

α. Θεωρώντας αμελητέο το ίδιον βάρος των δοκών, να υπολογισθούν με τη βοήθεια του θεωρήματος Castigliano οι αντιδράσεις στηρίξεως στα σημεία Α και Β για δεδομένη ροπή αδρανείας  $I$  της διατομής των δοκών και για δεδομένο μέτρο ελαστικότητας  $E$  του υλικού των δοκών, συναρτήσει των μεγεθών  $q$ ,  $L$ ,  $E$ ,  $I$ , αγνοώντας το έργο λόγω διατμητικών τάσεων.

β. Να υπολογισθεί η γωνία στροφής του σημείου Γ.



Σχήμα 3

### ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ:

$$1. (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2) = 2(\sigma_{\Delta}^{\varepsilon\varphi})^2$$

$$2. Q_y = \left[ \frac{2}{3} (R^2 - z_1^2)^{3/2} \right]$$

