

Επαναληπτική εξέταση στη Μεθηματική Λογική, 4/10/2006

ZHTHMA 1. Έστω $A = \{F \leftrightarrow G, \neg(F \wedge G), F \wedge (G \vee F'), \neg\neg F, F \rightarrow G, \neg(F \vee G), F \vee (G \wedge H)\}$ και $B = \{\neg F \wedge \neg G, (F \vee G) \wedge (F \vee H), \neg F \vee G, F, \neg F \vee \neg G, (F \wedge G) \vee (F \wedge H), (\neg F \vee G) \wedge (\neg G \vee F)\}$. Για ... το προτασιακό τύπο στο A βρείτε το ταυτολογικό ισοδύναμό του στο B .

Με βάση αυτές τις ισοδυναμίες μετατρέψτε τον προτασιακό τύπο $\neg(A \leftrightarrow (B \rightarrow C))$ στην ισοδύναμη ήταν ευκαίη κανονική μορφή $[A, B, C]$, προτασιακές μεταβλητές]. Χρησιμοποιήστε τον αλγορίθμικο προτασιακού τύπου $\neg(A \leftrightarrow (B \rightarrow C))$ για να βρείτε μια ισοδύναμη συζευκτική μορφή.

ZHTHMA 2. Έστω L γλώσσα του πρωτοβάθμιου κατηγορηματικού λογισμού. Εξηγήστε τι σημαίνουν τα i:αριθμάτω:

1. Ερμηνεία της L .
2. Μοντέλο ενός συνόλου προτάσεων της L .

Έστω Σ και T σύνολα προτάσεων της L . Λέμε ότι Σ και T είναι λογικά διαχωρίσιμα αν υπάρχει πρόταση ϕ ώστε $\Sigma \models \phi$ και $T \models \neg\phi$. Ας υποθέσουμε τώρα ότι για κάποια Σ και T υπάρχουν $\chi_1, \dots, \chi_m \in \Sigma$ και $\psi_1, \dots, \psi_k \in T$ ώστε το σύνολο $\{\chi_1, \dots, \chi_m, \psi_1, \dots, \psi_k\}$ δεν έχει μοντέλο. Αποδείξτε ότι τότε τα Σ και T είναι λογικά διαχωρίσιμα.

Αν έχουμε Σ και T που δεν έχουν κοινό μοντέλο ισχύει ότι τότε είναι λογικά διαχωρίσιμα και γιατί;

ZHTHMA 3. Εξηγήστε πότε η εμφάνιση μιας μεταβλητής σε ένα τύπο του πρωτοβάθμιου κατηγορηματικού λογισμού είναι ελεύθερη και πότε δεσμευμένη. Αν $\phi(x)$ είναι τύπος εξηγήστε πότε λέμε ότι η x είναι αντικαταστάσιμη από τον t στον $\phi(x)$. Δώστε παραδείγματα τύπων $\phi(x)$ και όρων t , σε μια συγκεκριμένη γλώσσα που θα ορίσετε, ώστε:

1. η x να είναι αντικαταστάσιμη χωρί τον t στον $\phi(x)$.
2. η x να μην είναι αντικαταστάσιμη από τον t στον $\phi(x)$.

Κάτω από ποιές προϋποθέσεις ο $\forall x \phi \rightarrow \phi(t)$ είναι λογικά έγκυρος; Παρουσιάστε, με τη σχετική απόδειξη, ένα συγκεκριμένο αντιπαράδειγμα ενός μη έγκυρου $\forall x \phi \rightarrow \phi(t)$ όταν δεν ισχύει αυτή η προϋπόθεση.

ZHTHMA 4. Δικαιολογήστε γιατί για να ισχύει το $(A \rightarrow B), (B \rightarrow C) \models (A \rightarrow C)$ πρέπει να υπάρχει για το σύνολο $\{+(A \rightarrow B), +(B \rightarrow C), -(A \rightarrow C)\}$ κλειστό σημασιολογικό tableau. Στη συνέχεια κατασκευάστε αυτό το tableau εκτελώντας με προσοχή τους κανόνες tableau γι' αυτό το σύνολο.

'Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα. Διάρκεια εξέτασης 2.30 ώρες.

Καλή Επιτυχία!