

ZHTHMA 1. Έστω Σ πεπερασμένα ικανοποιήσιμο σύνολο προτασιακών τύπων. Αποδείξτε (χωρίς τη χρήση του θεωρήματος της συμπάγειας) ότι για οποιοδήποτε προτασιακό τύπο ϕ , το Σ, ϕ ή το $\Sigma, \neg\phi$ είναι πεπερασμένα ικανοποιήσιμο.

Διατυπώστε το θεώρημα της συμπάγειας και αποδείξτε ότι αν $\Sigma \models \phi$ τότε υπάρχει πεπερασμένο $\Sigma_0 \subseteq \Sigma$ ώστε $\Sigma_0 \models \phi$.

ZHTHMA 2. Διατυπώστε χανόνες Gentzen για το σύνδεσμο \rightarrow . Αποδείξτε τι γίνεται ισοδύναμα όταν μία απονομή αλήθειας επαληθεύει (ή διαφεύγει) το συμπέρασμα ενός χανόνα. Εξηγείστε αναλυτικά πώς μπορούμε να βρούμε την ισοδύναμη διαζευκτική χανονική μορφή ενός ϕ σχηματίζοντας το αποδεικτικό δέντρο του ακολουθητικού $\phi \vdash$.

ZHTHMA 3. Πότε ένα σύνολο συνδέσμων είναι επαρχές; Δείξτε ότι το $\{\neg, <\}$ είναι επαρχές ενώ το $\{<\}$ δεν είναι. Ο αληθοπίνακας του $<$ ορίζεται ως

ϕ	ψ	$\phi < \psi$
T	T	F
T	F	F
F	T	T
F	F	F

Πώς ορίζονται οι σύνδεσμοι δύο θέσεων που από μόνοι τους συγχροτούν επαρχές σύνολο;

ZHTHMA 4. a) Έστω η γλώσσα \mathcal{L} του πρωτοβάθμιου κατηγορηματικού λογισμού έχει την ισότητα $=$ και ένα σύμβολο κατηγορήματος δύο θέσεων P . Για κάθε μία από τις ακόλουθες συνθήκες βρείτε μία πρόταση ϕ της \mathcal{L} ώστε η ερμηνεία $A = <|A|, P^A>$ να είναι μοντέλο της ϕ αν και μόνον αν η συνθήκη ικανοποιείται:

1. $|A|$ έχει ακριβώς δύο μέλη.
2. $|A|$ έχει τουλάχιστον n τον αριθμό μέλη.
3. Η P^A ως σχέση είναι μία συνάρτηση από το $|A|$ στο $|A|$.

β) Πότε έχουμε $\phi \not\models \psi$; (όπου ϕ και ψ προτάσεις του κατηγορηματικού