



ΤΕΛΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΙΙ ΤΕΜΦΕ ΓΙΑ ΤΟ ΑΚΑΔ. ΕΤΟΣ 2000-2001

27 Αυγούστου 2001
 Διάρκεια : 2 1/2 ώρες

Διδάσκοντες : Η. Κατσούφης
 Κ. Ράπτης
 Γ. Τικτόπουλος

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ 4 ΑΠΟ ΤΑ 6 ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΘΕΜΑΤΑ
 (Χωρίς τη χρήση συγγραμμάτων, βοηθημάτων ή σημειώσεων)
 (Δίνεται Πίνακας χρήσιμων σχέσεων)

Θέμα 1ο : Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό μιας σφαιρικής (χωρικής) κατανομής φορτίου ακτίνας R δίνεται από τη σχέση :

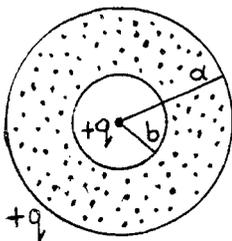
$$\vec{E} = (E_0/R^3)r^3\hat{r} \quad (0 < r < R)$$

όπου E_0 σταθερά με διαστάσεις πεδίου και r η απόσταση από το κέντρο της σφαιρικής κατανομής. Να υπολογισθούν : (α) η πυκνότητα φορτίου $\rho(r)$ ως συνάρτηση της απόστασης r . (β) το πεδίο (διάνυσμα) που οφείλεται στην κατανομή για $r \geq R$ συναρτήσει των r , E_0 και R . Σχολιάστε την τιμή του πεδίου για $r = R$. (γ) η δυναμική ενέργεια U της κατανομής (η ενέργεια που απαιτείται για να σχηματιστεί η κατανομή) συναρτήσει των E_0 και R .

Δίνεται ότι, για ένα διανυσματικό πεδίο \vec{G} που έχει μόνο ακτινική συνιστώσα, η απόκλιση σε σφαιρικές συντεταγμένες είναι ίση με :

$$\text{div} \vec{G} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 G_r), \text{ όπου } G_r \text{ η ακτινική συνιστώσα του } \vec{G}.$$

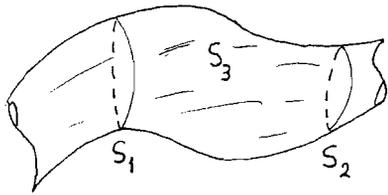
Θέμα 2ο : Ένας σφαιρικός αγωγός ακτίνας a φέρει φορτίο $+q$ και έχει μια ομόκεντρη σφαιρική κοιλότητα (κενό) ακτίνας b . (i) Σχολιάστε πώς κατανέμεται το ηλεκτρικό φορτίο στον αγωγό και γιατί. (ii) Στη συνέχεια τοποθετούμε, με κάποιο τρόπο, στο κέντρο της κοιλότητας ένα στατικό φορτίο $+q$. Πόσο είναι το εξ επαγωγής φορτίο που θα εμφανιστεί στην επιφάνεια της κοιλότητας του αγωγού; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (iii) Υπολογίστε για την περίπτωση (ii) τη διαφορά δυναμικού ΔV μεταξύ της εσωτερικής επιφάνειας του αγωγού (επιφάνεια κοιλότητας) και ενός σημείου σε μεγάλη απόσταση (άπειρη) από τον αγωγό.



Θέμα 3ο : (α) Ένας πυκνωτής, με οπλισμούς παράλληλους στο επίπεδο xy είναι ακίνητος στο αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$ (σύστημα F) και φέρει σταθερή επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ , οπότε δημιουργείται ένα ομογενές (σταθερό) ηλεκτρικό πεδίο E (ως προς το F) στον χώρο μεταξύ των οπλισμών του. Ένας παρατηρητής βρίσκεται σε ηρεμία σε ένα σύστημα $O'x'y'z'$ (σύστημα F') το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα v ως προς το F παράλληλα στη διεύθυνση του άξονα x . Δείξτε ότι ο παρατηρητής στο κινούμενο σύστημα F' μετρά ότι το πεδίο του πυκνωτή είναι $E' = \gamma E$, όπου $\gamma = 1/(1-\beta^2)^{1/2}$ και $\beta = v/c$.

(β) Σχεδιάστε τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου στο σύστημα του εργαστηρίου (σύστημα F) ενός σημειακού φορτίου q που κινείται με σταθερή ταχύτητα \vec{v} και δείξτε ότι ένα τέτοιο πεδίο δεν είναι διατηρητικό. (Υπόδειξη : Για το τελευταίο ερώτημα επιλέξτε μια "έξυπνη" κλειστή διαδρομή στον χώρο του πεδίου).

Θέμα 4ο : (α) Αγωγός μεταβλητής διατομής διαρρέεται από πυκνότητα ρεύματος $\vec{J}(\vec{r})$ που είναι σταθερή χρονικά για κάθε σημείο \vec{r} του αγωγού, αλλά μπορεί να διαφέρει από σημείο σε σημείο (στατική πυκνότητα ρεύματος). Θεωρήστε δύο τυχούσες διατομές S_1 και S_2 του αγωγού και το τμήμα S_3 της καμπύλης επιφάνειάς του που περιέχεται μεταξύ των S_1 και S_2 . Δείξτε ότι :

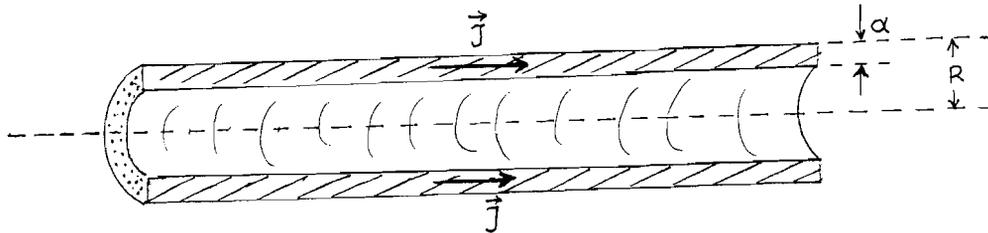


$$\int_{S_1} \vec{J}(\vec{r}) \cdot d\vec{\alpha} = \int_{S_2} \vec{J}(\vec{r}) \cdot d\vec{\alpha} .$$

Τι συμπεραίνετε από αυτή τη σχέση;

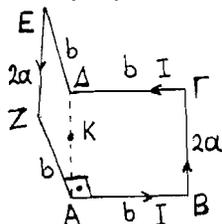
Υπόδειξη : Χρησιμοποιήστε το θεώρημα του Gauss: $\int_V \text{div} \vec{G} dV = \int_S \vec{G} \cdot d\vec{\alpha}$ για την κλειστή επιφάνεια S που ορίζεται από τις S_1 , S_2 και S_3 .

(β) Θεωρήστε έναν ευθύγραμμο ηλεκτρικά αγώγιμο κυλινδρικό σωλήνα "απείρου" μήκους με



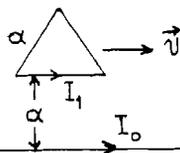
εξωτερική διάμετρο $2R$ και πάχος τοιχώματος a . Το υλικό του σωλήνα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα ομοιόμορφης πυκνότητας \vec{J} που είναι παράλληλη προς τον άξονα του σωλήνα. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο \vec{B} ως διάνυσμα σε όλα τα σημεία του χώρου.

Θέμα 5ο : Λεπτός αγωγός έχει σχήμα ορθογωνίου πλαισίου με μήκος πλευρών $2a$ και $2b$ και διαρρέεται από ρεύμα I . Ο αγωγός λυγίζεται στη μέση έτσι ώστε το τμήμα $AZ\Delta$ να γίνει



κάθετο στο $AB\Gamma\Delta$. (α) Υπολογίστε τη συνεισφορά κάθε πλευράς στο μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του πλαισίου K . (β) Πόσο είναι το συνολικό μαγνητικό πεδίο στο K ;

Θέμα 6ο : Ένας ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους διαρρέεται από ρεύμα I_0 και βρίσκεται



στο επίπεδο ενός συρμάτινου πλαισίου που έχει σχήμα ισοπλευρού τριγώνου πλευράς a . Η μια πλευρά του τριγώνου είναι παράλληλη προς τον ευθύγραμμο αγωγό και απέχει απόσταση a απ' αυτόν. (α) Αν το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα I_1 , να υπολογιστεί το μέτρο και η

κατεύθυνση της ολικής δύναμης που ασκείται πάνω στο πλαίσιο. (β) Στη συνέχεια, το πλαίσιο μετατοπίζεται παράλληλα προς τον ευθύγραμμο αγωγό με σταθερή ταχύτητα \vec{v} . Συζητήστε ποιοτικά αν θα μεταβληθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο, καθώς και οι δυνάμεις που ασκούνται στις πλευρές του.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t) \vec{v}(\vec{r}, t), \quad \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv, \quad V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad |\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}, \quad d\vec{F} = I \, d\vec{l} \times \vec{B}, \quad d\vec{B} = \mu_0 I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$\Delta x' = \Delta x / \gamma, \quad U_E = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 \, dv, \quad U_B = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 \, d\tau$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}, \quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{3/2}} = \frac{1}{d^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$