

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ Ε.Μ.Φ.Ε. – ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
Επαναληπτική Εξέταση ακού. ετους 2002-03 στο μάθημα Φυσική ΙII**

Αθήνα 28/01/04

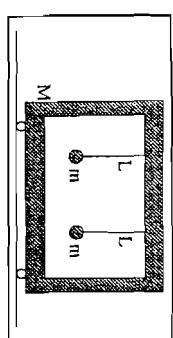
Διάρκεια: 2,5 ώρες

Απαντήστε σε τέσσερα (4) από τα πέντε (5) Θέματα.
Δεν επιτρέπεται η χρήση σημειώσεων ή βιβλίων

I. Ρόπτης, E. Φωκίτης

Θέμα 1 (25%). α) Δείξτε ότι η συνάρτηση $x = Ae^{-at} \cos(\omega_0 t + \phi)$ είναι λύση της διαφορικής εξισώσης $\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + a_0^2 x = 0$

β) Προσδιορίστε τις συνθηκές α και ω συναρτήσεις των γ και ω.
γ) Προσδιορίστε τις συνθηκές A και φ, αν $x(t=0)=0$ και $u(t=0)=u_0$.

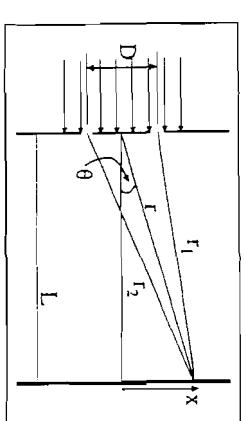


Θέμα 2 (25%). Δύο ιδανικά εκκενεύτι μάζας, μικρού μήκους L , το καθένα, κρέμονται από ίδια διαφορετικά σημεία. Η σημειώση μικρού ογκιατος μιέςς M, το οποίο μπορεί να κινείται ελεύθερα, χωρίς τριβές, πάνω σε οριζόντιο επιπέδο. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο πεδίο βαρύτητας g. Τα δύο εκκενεύτι μάζα ταλαντώνται, γνωρίς από την κατακόρυφη, έτσι ώστε να κάνουν μικρές ταλαντώσεις, μένοντας στο κατακόρυφο επίπεδο που περνάει από τα σημεία ανάρτησης. α) Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης για κάθε ένα από τα τρία σώματα (m, m, M). β) Υποθέστε ότι το συστήμα εκτελεί κίνηση σε κανονικό τρόπο ταλάντωσης (ΚΤΤ : κοινή συχνότητα) και διατυπώστε τη συνθήκη υπολογισμού των συχνοτήτων των κανονικών τρόπων ταλάντωσης. γ) Επιλύστε τη χαρακτηριστική εξισώση, για την περίπτωση π=m=M, και προσδιορίστε τις συχνότητες και τα σχετικά πλάτη των ΚΤΤ.

Θέμα 3 (25%). Ιδιαίτερη λεπτή χορδή μήκους $L=1\text{m}$ και μάζας $m=1\text{gr}$, τείνεται, κατά μήκος του άξονα x, με τάση $T=40\text{N}$. Να υπολογιστούν: α) Η ταχύτητα διάδοσης εγκάρσιων κυμάτων στη χορδή, β) Οι συγνότητες των δύο πρώτων κανονικών τρόπων ταλάντωσης της χορδής όπου έχει, i) τα δύο άκρα της ακλόνητα, ii) τα δύο άκρα της ελεύθερα να κινούνται χωρίς τριβές, (με τη βοήθεια διακριτικών χωρίς μέτα), επί δύο παράλληλων τροχιών, iii) το ένα άκρο ελεύθερο (όπως στο βι) και το άλλο άκρο ακλόνητο. γ) Η χορδή αυτή συνδέεται άμεσα, (χωρίς την παρεμβολή συνδετήρας, σημειωτής μάζας), με τον μηκό της τετραπλάσιο μέτρο και το νέο συστήμα τείνεται επίσης με τάση $T=40\text{N}$, κατά μήκος του άξονα x, (από $x=0$ μέχρι $x=2L$). Τη χρονική στιγμή $t=0$, αρχίζει να εκτέμπεται, από το $x=0$, τετραγωνικός πολυμός ύψους $y_0=3\text{ mm}$ και

εύρους $\Delta x=200\text{ mm}$. Περιγράψτε την εικόνα του συστήματος κατά τη χρονική στιγμή $5,5\text{ ms}$, σχεδόν οντας το συγκρότημα και αναγράφοντας στο σχήμα τα ώψη και τις θέσεις, (αρχή και τέλος), όλων των παλμών, (προστίτυντος, διερχόμενου, ανακλώμενου) και στα δύο τημάτα της χορδής.

Θέμα 4 (25%). Ιδιαίτερη χορδή μήκους L και γραμμικής πυκνότητας ρ , τείνεται κατά μήκος του άξονα x, με τάση T, μέσω δύο διακτυλιδίων απελγητές μιέςς που φέρουν στα δύο άκρα της, και τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές επί δύο οριζόντιων τροχιών, παραλλήλων στον άξονα y. α) Να προσδιορισθούν τα κυματανόματα (k_n) και οι συχνότητες (ω_n) των κανονικών τρόπων ταλάντωσης της χορδής. β) Τη χρονική στιγμή $t=0$, και ενώ η χορδή βρίσκεται στη θέση $y=0$, ο κρίκος του άκρου $x=L$ λαμβάνει, στηγματικά, την ταχύτητα v_0 , με αποτέλεσμα, όλα τα σημεία της χορδής να έχουν μία κατανομή ταχυτήτων η οποία μεωνεύεται γραμμικά, ως συνάρτηση της θέσης x, λαμβάνοντας στηγματικά την τιμή $v=0$, στο σημείο $x=0$. Να γραψει η κίνηση της χορδής $y=y(x,t)$, για $t>0$, ώστε σταλλήρια των κανονικών τρόπων ταλάντωσης. γ) Να προσδιορισθούν όλες οι συθηκές της σταλλήριας του ερωτήματος (β).



Θέμα 5 (25%). Αδιαφανές τοίχωμα φρέι δύο παράλληλες λεπτές σχισμές, (κάθετες στο επίπεδο του σχηματού), σε απόσταση D και είναι παραλληλο σε επίπεδο παραπτήρησης, το οποίο απέκει απόστοση $L \gg D$. Στο τοίχωμα πέφτει, καθητα προς αυτό, επίπεδο κύμα, (το οποίο ταλαντώνεται κάθετα στο επίπεδο του σχηματού), με μήκος κύματος λ. Θεωρείστε πως από κάθε σχισμή εξέρχεται διαταραχή πλάτους y_0 , και αγνοείστε τη μεταβολή πλάτους με την απόσταση r. α) Να υπολογιστεί η συνολική διαταραχή στο επίπεδο παραπτήρησης, ως συνάρτηση της απόστασης x από το επίπεδο συμμετρίας, τη διάταξης. β) Βρείτε την απόσταση, κατά μήκος του άξονα x, ανάμεσα σε δύο διαδοχικά ακρώτα της συνολικής διαταραχής. [Υπόδειξη: Θεωρείστε ότι η γωνία θ, ως προς τη μεσοκάθετο στις δύο σχισμές, είναι τόσο μικρή ώστε: $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta \approx \sin \theta \approx \tan \theta$].

$$z = \sqrt{T\rho}, \quad r = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}, \quad t = \frac{2z_1}{z_1 + z_2}$$

Συντελεστές Fourier : $A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos(k_n x) dx$, $B_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin(k_n x) dx$

Ολοκληρώματα : $\int x \sin ax dx = \frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x \cos ax}{a}$, $\int x \cos ax dx = \frac{\cos ax}{a^2} + \frac{x \sin ax}{a}$