

1) Βρείτε την τιμή του προβλήματος αρχικών τιμών

$$y' + \frac{6}{x}y = 3x^{4/3}, \quad x > 0, \quad y(1) = 1$$

2) Βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η διαφορική εξίσωση

$$(x+1)y'' - 2y' - (x-1)y = 0, \quad x > -1,$$

να έχει ως λύση τη γενική λύση $y_1(x) = e^{\alpha x}$

Στη γενικευτή λύση της εξίσωσης.

3) Βρείτε την τιμή του προβλήματος αρχικών τιμών

$$\ddot{x}(t) - 2\dot{x}(t) + x(t) = f(t)$$

$$x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

όπου

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 1 \\ 1, & 1 \leq t < 2 \\ 0, & t \geq 2 \end{cases}$$

4) Με τη μέθοδο των δυαριστημάτων βρείτε τη γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' - 2xy' - 4y = 0.$$

5) Με τη μέθοδο Euler βρείτε την τιμή του προβλήματος αρχικών τιμών

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -2 & 4 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}$$

$$x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1$$

6) Αν οι διαπολλούσες $f(t), g(t)$ είναι διανεγκατάστασης και συθετικής τιμής στο $[0, \infty)$, όπου υπάρχει οριζόντιος ωρίμως νόμος της σταθερότητας

$$\mathcal{L}\{(f*g)(t)\} = \mathcal{L}\{f(t)\} \cdot \mathcal{L}\{g(t)\} = F(s) \cdot G(s), \quad s > 0.$$

(Θεωρητική διαδικασία)