

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Θέμα 1 (2.5 μονάδες)

Μηχάνημα παραλαμβάνεται σε κιβώτια των 100 τεμαχίων. Εστω X = αριθμός ελαττωματικών μηχανημάτων ανά κιβώτιο. Η $f(x)$ είναι:

X	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.20	0.40	0.20	0.10	0.10

(α) Ένα κιβώτιο θεωρείται αποδεκτό αν περιέχει το πολύ 1 ελαττωματικό μηχάνημα. Έστω ότι η εταιρεία θα παραλάβει 20 κιβώτια των 100 τεμαχίων. Να υπολογισθεί η πιθανότητα μεταξύ των 20 κιβωτίων να υπάρχουν από 8 έως και 12 αποδεκτά κιβώτια.

(β) Κιβώτια με τουλάχιστον 3 ελαττωματικά μηχανήματα θεωρούντα τελείως απαράδεκτα. Ποια η πιθανότητα να βρεθούν ακριβώς 2 τέτοια κιβώτια στα 20;

(γ) Έστω ότι η εταιρεία θα παραλάβει μια μεγάλη παραγγελία 400 κιβωτίων των 100 τεμαχίων. Αν ο αριθμός των τελείως απαράδεκτων κιβωτίων υπερβεί τα 100 η εταιρεία θα αλλάξει προμηθευτή. Ποια η πιθανότητα να αλλάξει προμηθευτή η εταιρεία;

Θέμα 2 (2. 5 μονάδες)

Η πίεση σε κάθε ένα από τα δύο μπροστινά λάστιχα μιας συγκεκριμένης μάρκας αυτοκινήτου πρέπει να είναι 26 p.s.i. Έστω ότι η πίεση σε κάθε λάστιχο είναι μια τυχαία μεταβλητή X για το δεξιό λάστιχο και Y για το αριστερό με από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x, y) = \begin{cases} K(x + y), & 20 \leq x \leq 30, \quad 20 \leq y \leq 30 \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

(α) Ποια είναι η τιμή της σταθεράς K ;

(β) Ποια η πιθανότητα ότι και τα δύο λάστιχα έχουν λιγότερη πίεση από την προβλεπόμενη από τον κατασκευαστή;

(δ) Να βρεθούν οι περιθώριες κατανομές των X και Y .

(β) Είναι οι X και Y ανεξάρτητες; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 3 (2.5 μονάδες)

Έστω X_1, \dots, X_n τυχαίο δείγμα από κάποιο πληθυσμό με σ.π.π.

$$f(x, \theta) = \theta^2 x e^{-\theta x}, \quad x \geq 0, \quad \theta > 0.$$

(α) Να βρεθεί η ΕΜΠ της παραμέτρου θ .

(β) Να βρεθεί η ΕΜΠ του μέσου μ της παραπάνω κατανομής.

Θέμα 4. (2.5 μονάδες)

Έστω μ_1 και μ_2 οι πραγματικές μέσες αποστάσεις που χρειάζεται ένας τύπος αυτοκινήτου εφοδιασμένου με φρένα τύπου A και φρένα τύπου B αντίστοιχα, για να έλθει σε πλήρη ακινητοποίηση όταν τρέχει με 50 χιλιόμετρα την ώρα.

(α) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% να ελεγχθεί ο ισχυρισμός ότι η διαφορά των δύο μέσων αποστάσεων είναι μικρότερη από -10 αν ξέρουμε ότι για ένα δείγμα από τον πρώτο πληθυσμό με μέγεθος 6 βρέθηκε ότι ο δειγματικός μέσος είναι ίσος με 115.7 και η τυπική απόκλιση ίση με 5.03 ενώ για ένα δείγμα από το δεύτερο πληθυσμό με μέγεθος 6 βρέθηκε ότι ο δειγματικός μέσος είναι ίσος με 129.3 και η τυπική απόκλιση ίση με 5.38.

(β) Να δοθεί ένα 98% ΔΕ για τη διαφορά των δύο μέσων αποστάσεων.

(γ) Να δοθεί ένα 90% ΔΕ για την τυπική απόκλιση σ_1 του πρώτου πληθυσμού με βάση το πρώτο δείγμα.