

**Τομέας Φυσικής ΕΜΠ**  
**Κανονική εξέταση στο μάθημα: Εισαγωγή στην Αστροφυσική**  
**Μάρτιος 2008**

**Κλειστά βιβλία. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.**

**Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες.**

**Θέμα 1ο** Θεωρήστε ότι ένα φωτόνιο στο εσωτερικό του ήλιου κινείται με τυχαίο βηματισμό. Η θέση του μετά από  $N$  σκεδάσεις θα είναι:  $\vec{R}_N = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_N$ , όπου τα διανύσματα  $\vec{r}_k$  έχουν το ίδιο μέτρο, έστω  $L$ .

(α) Αποδείξτε ότι οι αναμενόμενες τιμές  $\langle \vec{r}_k \rangle$  και  $\langle \vec{r}_k \cdot \vec{r}_l \rangle$ ,  $k \neq l$ , μηδενίζονται.

(β) Αποδείξτε ότι  $\langle \vec{R}_N^2 \rangle = NL^2$ .

(γ) Πόσος χρόνος  $T$  χρειάζεται (τάξη μεγέθους) για να καλυφθεί μ' αυτόν τον τρόπο η ακτίνα  $R_H$  του ήλιου; Ποιο είναι το πηλίκο αυτού του χρόνου με το χρόνο  $\tau$  που θα χρειαζόταν το φωτόνιο για να διασχίσει ανεμπόδιστα την ίδια απόσταση; Τι συνέπειες έχει αυτή η διαδικασία στη λαμπρότητα του ήλιου;

**Θέμα 2ο** (α) Ποιά είναι ποιοτικά η συμπεριφορά της ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο συναρτήσει του ατομικού αριθμού; Υπάρχει τάση να μεγαλώνει, να μικραίνει, υπάρχουν τοπικά ή ολικά (απόλυτα) μέγιστα ή ελάχιστα;

(β) Πώς ξεπερνιέται ο φραγμός του  $He$  στην πυρηνοσύνθεση;

(γ) Πώς κατασκευάζονται πυρηνές βαρύτερες του σιδήρου;

**Θέμα 3ο** (α) Να αποδείξετε το θεώρημα virial. Μπορείτε να ξεκινήσετε από τον υπολογισμό της παράστασης  $\langle \frac{d}{dt} \sum_k \vec{r}_k \cdot \vec{p}_k \rangle$ , και να χρησιμοποιήσετε τον νόμο του Νεύτωνα και την έκφραση της δύναμης βάσει της δυναμικής ενέργειας  $U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$ . Το σύμβολο  $\langle \dots \rangle$  υπονοεί χρονική μέση τιμή.

(β) Για τη σπουδαία ειδική περίπτωση ομογενούς συνάρτησης δυναμικής ενέργειας με βαθμό  $-1$  (Νεύτωνας), δείξτε ότι  $\langle U \rangle = -2 \langle T \rangle$ .

(γ) Ποιός είναι ο μηχανισμός Helmholtz-Kelvin; Δείξτε ότι αυτός ο μηχανισμός δίνει για τον ήλιο χρόνο ζωής της τάξης μεγέθους  $\frac{GM_H^2}{R_H L_H}$ , όπου  $M_H$ ,  $R_H$ ,  $L_H$  είναι η μάζα, η ακτίνα και η λαμπρότητα του ήλιου αντίστοιχα.

**Θέμα 4ο** Θεωρήστε ότι φωτόνιο μήκους κύματος  $\lambda$  εκπέμπεται ακτινικά προς τα έξω από την επιφάνεια ενός αστέρα μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$ . Χρησιμοποιήστε την αρχή της διατήρησης της ενέργειας, ώστε να υπολογίσετε το μήκος κύματος που θα έχει το φωτόνιο όταν ανιχνευθεί σε απόσταση  $r$  από τον αστέρα. Υπενθυμίζεται για την κινητική ενέργεια του φωτονίου ότι:  $E = h\nu$ . Για τη δυναμική ενέργεια πρέπει να χρησιμοποιηθεί η βαρυτική του μάζα  $m_\odot \equiv \frac{E}{c^2}$ .