



**Κανονική εξέταση του μαθήματος «Θεωρία Ομάδων στη Φυσική»
ΣΕΜΦΕ**

Ημερ: Αθήνα 25 Σεπτεμβρίου 2007

Διάρκεια : 2½ ώρες

Διδάσκων : Ε. Λιαροκάπης

Τα θέματα θεωρούνται βαθμολογικά ισοδύναμα. Δεν επιτρέπονται σημειώσεις, βιβλία και κινητά τηλέφωνα.

Θέμα 1º : Βρείτε τα στοιχεία συμμετρίας ενός κανονικού εξαγώνου αν ξεχωρίσουμε τις δύο όψεις του. Δημιουργήστε τον συνδυαστικό πίνακα και βρείτε τις κλάσεις της ομάδας. Βρείτε τις τέσσερις κανονικές υποομάδες.

Θέμα 2º : Αποδείξτε ότι η συνάρτηση $\exp[i(ax+by)]$ με $a \neq b$, είναι μία από τις τέσσερις συναρτήσεις που δημιουργούν μια κανονική αναπαράσταση της ομάδας $C_{2v} = \{e, c_4^2, \sigma_x, \sigma_y\}$. Βρείτε τέσσερις συνδυασμούς αυτών των συναρτήσεων, που να μετασχηματίζονται όπως οι μη-αναγώγιμες αναπαραστάσεις της ομάδας.

Θέμα 3º : Στους πιεζοηλεκτρικούς κρυστάλλους ο τανυστής των εφαρμοζόμενων τάσεων σ_{ij} συνδέεται με την επαγόμενη πολωσιμότητα ανά μονάδα όγκου P_k με τις σχέσεις $P_k = \sum_{i,j} d_{k,ij} \sigma_{ij}$. Εξ

αυτίας της συμμετρίας του τανυστή των τάσεων ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$), οι σταθερές $d_{k,ij}$ είναι επίσης συμμετρικές ως προς τους δείκτες i, j ($d_{k,ij} = d_{k,ji}$). Να βρείτε τον αριθμό των ανεξάρτητων $d_{k,ij}$ σε έναν πιεζοηλεκτρικό κρύσταλλο συμμετρίας D_3 .

Θέμα 4º : Υποθετικό μόριο αποτελείται από 5 άτομα, που είναι τοποθετημένα στις κορυφές μιας ορθής πυραμίδας με βάση ένα τετράγωνο και οι μάσα συμμετρίας της C_{4v} . Βρείτε τις συμμετρίες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης που οφείλονται στις εσωτερικές ταλαντώσεις.

Δίνονται οι πίνακες χαρακτήρων των ομάδων C_{2v} , D_3 και C_{4v} :

C_{4v}	e	c_4^2	c_4	σ_x	σ_x'
A_1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	-1	-1
B_1	1	1	-1	1	-1
B_2	1	1	-1	-1	1
E	2	-2	0	0	0

D_3	e	c_3	c_2
A_1	1	1	1
A_2	1	1	-1
E	2	-1	0

C_{2v}	e	c_4^2	σ_x	σ_y
A_1	1	1	1	1
A_2	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	-1
B_2	1	-1	-1	1