

Επαναληπτικές Εξετάσεις στο Μάθημα ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΞΙΟΠΣΤΙΑΣ
ΣΕΜΦΕ - Ακαδ. Έτος 2008-09

Διάρκεια Εξέτασης : 2.30 ώρες

ZHTHΜΑ 1 (Βαθμός: 3,0)

- A) Έστω $T > 0$ συνεχής τ.μ. με συνάρτηση διακινδύνευσης $h(t)$ και σωρευτική συνάρτηση διακινδύνευσης $H(t)$. (i) Δείξτε ότι η τ.μ. $H(t)$ είναι της Εκθετικής κατανομής με παράμετρο ένα. (ii) Να βρεθεί η $P(T > t + x | T > t)$, $x > 0$.
- B) Αν $T > 0$ είναι τ.μ. Εκθετικής κατανομής με $S(t) = e^{-t/\beta}$, $\beta > 0$ δείξτε ότι $S(t+x) = S(t)S(x)$, για κάθε t , $x > 0$.
- C) Εστω T τ.μ. με συνάρτηση επιβίωσης $S(t) = \exp[-\exp(t)]$, $t \in R$. Να βρεθεί η συνάρτηση επιβίωσης $S^*(t)$ της αριστερά κολοβής κατανομής στο σημείο t_0 .

ZHTHΜΑ 2 (Βαθμός: 3,5)

- A) Δείξτε ότι το μοντέλο της Weibull παλινδρόμησης μπορεί να εκφραστεί σαν ένα μοντέλο αναλογικής διακινδύνευσης καθώς και σαν ένα μοντέλο της επιταχυνόμενης διακοπής.
- B) Πειραματιστής θέλει να εξετάσει κατά πόσο η διάρκεια ζωής 30 ασθενών επιρρεάζεται από το δείκτη ηλικίας $x_1 = (1, \text{αν } \geq 50 \text{ έτη} \text{ και } 0, \text{ αλλιώς})$ και ένα ιατρικό δείκτη $x_2 = (1, 0)$ που συνδέεται με την πήξη του αίματος. Στα δεδομένα προσαρμόζεται ένα μοντέλο του Cox $h(t; x) = h_0(t)e^{\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2}$.
- (i) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας και να ερμηνευτεί.

Συμμεταβλητές	$\hat{\beta}$	$se(\hat{\beta})$	z (Wald)	p-τιμή
x_1	1.013	0.457		
x_2	0.350	0.439		

- (ii) Με βάση το λόγο των πιθανοφανειών να γίνει ο έλεγχος $H_0 : \beta_2 = 0$ έναντι $H_1 : \beta_2 \neq 0$ όταν η μεταβλητή x_1 είναι ήδη στο μοντέλο. ($\hat{\ell}_0 = -63.440$, $\hat{\ell}_1 = -63.115$). Συμφωνεί το αποτέλεσμα με αυτό του πρηγούμενου ερωτήματος;
- (iii) Να κατασκευαστεί και να ερμηνευτεί ένα 0.99-ΔΕ του e^{β_1} .

ZHTHΜΑ 3 (Βαθμός: 3,5)

- A) Δώστε τον ορισμό ενός συνεκτικού συτήματος.
- B) Έστω δύο ανεξάρτητα εξαρτήματα σε παράλληλη σύνδεση με συναρτήσεις διακινδύνευσης $h_1(t) = 1$, $h_2(t) = 2$ αντίστοιχα. Να βρεθούν (i) οι συναρτήσεις αξιοπιστίας των εξαρτημάτων $R_1(t)$, $R_2(t)$, (ii) η συνάρτηση αξιοπιστίας $R(t)$ του συστήματος και (iii) η μέση διάρκεια ζωής (μ) του συστήματος.