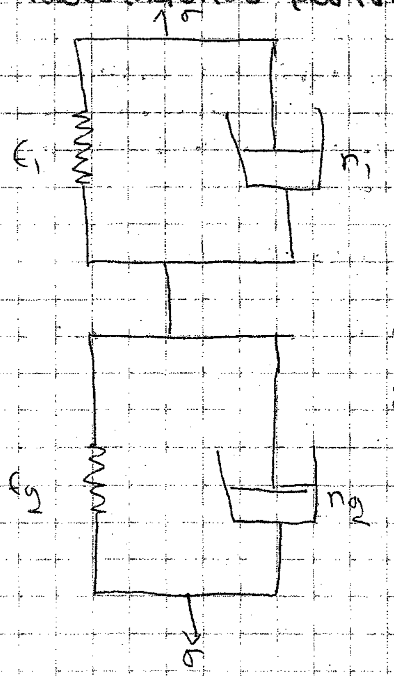
ΑΣΚΗΣΗ:

Δίνεται το ιξωδοελαστικό μοντέλο του σχήματος με $E_1 = E_2 = 1\,MPa$ [illegible]

$n_1 = 4\,MPa\cdot sec$ [illegible]

$n_2 = 400\,MPa\cdot sec$

[illegible] παρατηρούνται [illegible] και απώλειες ενέργειας.



α) Πόσο είναι το $\varepsilon(t)$ για $\sigma_0 = \sigma\tau\alpha\theta$.

β) Να παρασταθεί γραφικά η ενδοτικότητα ως προς $\log t$.

γ) Να παρασταθεί γραφικά η ενδοτικότητα ως προς $\log t$ για το 2ο στοιχείο

δ) Αν $\sigma = 10\,t$ μέχρι $t = 2000\,sec$ και μετά αποφορτίζουμε με τον ίδιο ρυθμό να βρεθεί η $\varepsilon(t)$.

α) Είναι ενδοτικότητα $J(t) = \dfrac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} \Rightarrow \varepsilon(t) = J(t)\cdot\sigma_0$

για 1 kelvin είναι $J(t) = \dfrac{1}{E}\left[1 - \exp\left(-\dfrac{E}{n}t\right)\right]$

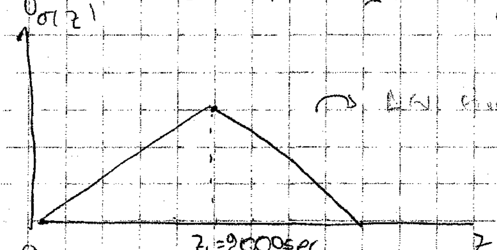
για 2 kelvin είναι $\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t) \Rightarrow J(t) = J_1(t) + J_2(t)$

$\Rightarrow \varepsilon(t) = \sigma_0\left[\dfrac{1}{E_1}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{E_1}{n_1}\cdot t\right)\right] + \dfrac{1}{E_2}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{E_2}{n_2}\cdot t\right)\right)\right.$

όπου $\tau = \dfrac{n}{E}$

δ) $\sigma(t) = \sigma_0\cdot t = 10\,t$ [illegible]

για 1 kelvin $J(t) = \dfrac{1}{E_1}\left(1 - e^{\left(-\frac{E_1}{n_1}\cdot t\right)}\right)$ (1)



Αν είναι γραμμικό το ανάγω στις ολοκληρωτικές σχέσεις Boltzmann.

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t - t')\,\frac{\partial\sigma(t')}{\partial t'}\,dt' \quad (2)$$

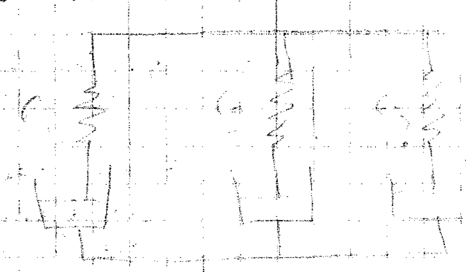
[illegible] β), γ)

ΑΣΚΗΣΗ: Ένα πολυμερές με σταυροδεσμούς στη δομή του μπορεί να αντιπροσωπεύεται από 3 στοιχεία Maxwell παράλληλα με σταθερές $E_1 = E_2 = E_3 = 100\,kPa$ και χρόνους χαλάρωσης $\tau_1 = 10s$ $\tau_2 = 100s$ $\tau_3 = \infty$

α) Πόση είναι η τάση για ακαριαία επιμήκυνση $3l_0$

β) Πόση είναι η τάση για την ίδια επιμήκυνση μετά από χρόνο $t = 100\,sec$

γ) Πόση είναι η τάση για χρόνο $t = 10^5\,sec$.



ΛΥΣΗ

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{3l_0 - l_0}{l_0} = 2$$

για 1 Maxwell

μέτρο χαλάρωσης: $E(t) = E \cdot e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow$ για 3 Maxwell $\quad E(t) = \sum_{i=1}^{3} E_i e^{t/\tau_i}$

$$\Rightarrow \sigma(t) = \varepsilon E(t) = 2 \times 100 \cdot 10^3\, Pa \left(e^{-t/\tau_1} + e^{-t/\tau_2} + e^{-t/\tau_3}\right)$$

α) για $t = 0$ έχουμε $\sigma(0) = 2 \times 100 \cdot 10^3 \left(e^0 + e^0 + e^0\right) = 600\,kPa$

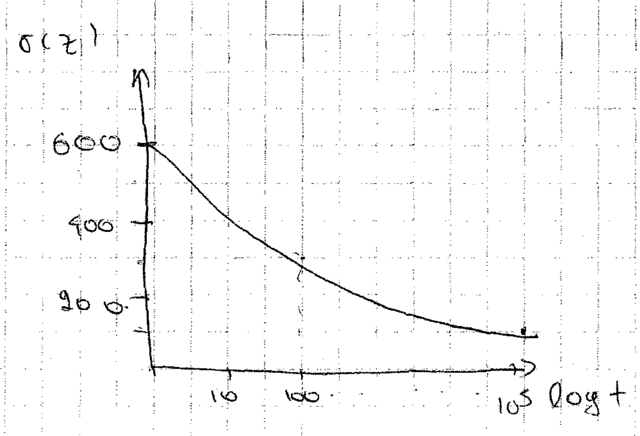
β) για $t = 100\,sec$ έχουμε $\sigma(100) = 2 \times 100 \cdot 10^3 \left(e^{-100/10} + e^{-100/100} + e^{-100/\infty}\right)$

$\Rightarrow \sigma(100) = 2 \times 100 \cdot 10^3 \left(e^{-10} + e^{-1} + 1\right) = \ldots$ 274 kPa

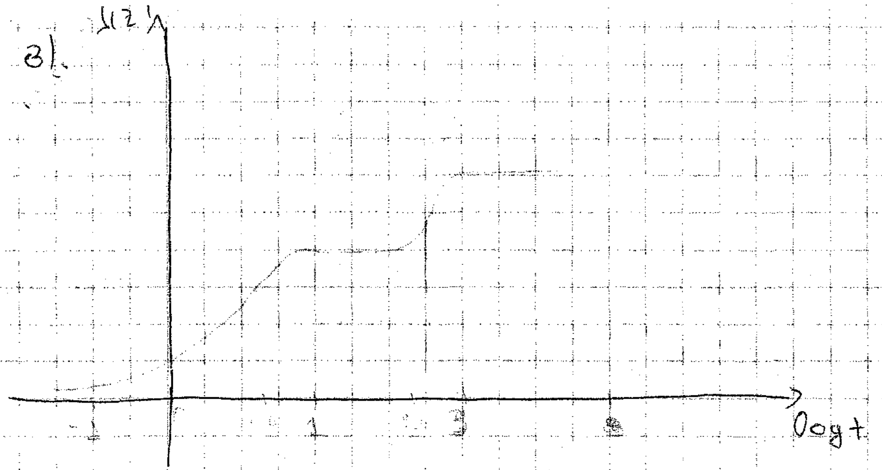
γ) για $t = 10^5\,sec$ $\Rightarrow$ $\sigma(10^5) = 2 \times 100 \times 10^3 \left(e^{-10^5/10} + e^{-10^5/100} + e^{-10^5/\infty}\right)$

$= \ldots = 200\,kPa$

Διάγραμμα



β)



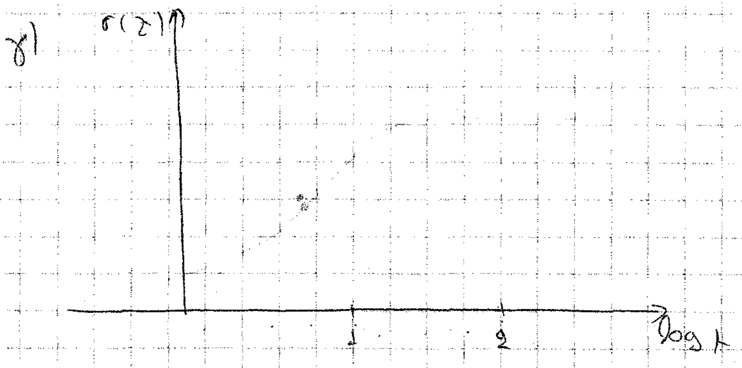
$\log\frac{n_1}{\varepsilon_1} = 0{,}6$ → Έχουν ιξωδοελαστική συμπεριφορά

$\tau_1 = 4\,sec$ → ο ρυθμός που καταπονώ το υλικό

$\log\frac{n_2}{\varepsilon_2} = 2{,}6$ → ο χρόνος αυτός γίνεται ανταγωνιστικός - συγκρίσιμο με τον εσωτερικό χρόνο χαλάρωσης του πολυμερούς

$\tau_2 = 400\,sec$ (τοποθέτηση των πολυμερικών αλυσίδων)

γ)



δ) Συνέχεια.

Είναι $\sigma(z) = 10 z\, u(z) - 10\, u(z-z_1) + 10(z_2 - z)\, u(z - z_1)$

$\overset{(1)}{\underset{(3)}{(2)}} \Rightarrow \varepsilon(z) = \int_0^z J(z-z')\frac{\partial\sigma(z')}{\partial z'}\,dz' = \textcircled{\S}$

$$= \int_0^z J(z-z')\left[10\,u(z') + 10 z'\,\delta(z') - 10\,u(z'-z_1) - 10 z'\,\delta(z'-z_1) + 10\,u(z'-z_1) + 10(z_2 - z')\,\delta(z'-z)\right] dz'$$

Είναι ακόμη $\int f(z')\,u(z'-z_0)\,dz' = u(z'-z_0)\int f(z')\,dz'$

$$\int f'(z)\,\delta(z'-z_0)\,dz' = f(z_0)\,u(z-z_0)$$

Άρα $\frac{\varepsilon(z)}{10} = u(z)\int_0^z J(z-z')\,dz' + 0 - u(z-z_1)\int_0^z J(z-z')\,dz'' =$

$$= J(z-z_1)\,z_1\,u(z-z_1) - u(z-z_1)\int_0^z J(z-z')\,dz' +$$

$$+ (z_2 - z_1)\,J(z-z_1)\,u(z-z_1)$$

Είναι ακόμη $\int_0^z J(z-z')\,dz' = \frac{\varepsilon_1 \cdot z + \left\{\exp\left(-z\frac{\varepsilon_1}{n_1}\right) - 1\right\} n_1}{\varepsilon_1^2}$

Celkrà:

$$\varepsilon(z) = \frac{1}{\epsilon_1^{2}} \Big[J_0 \cdot e^{-\frac{\epsilon_1 z}{n_1}} \Big(n_1 - e^{\epsilon_1 z / n_1} - n_1 e^{\epsilon_1 z / n_1} \cdot \epsilon_1 z \Big) u(z) +$$

$$+ \Big(e^{\epsilon_1 / n_1} (2 n_1 - 2 \epsilon_1 + \epsilon_1 \cdot t_g) - e^{\epsilon_1 t_1 / n_1} (2 n_1 - 2 \epsilon_1 z_1 \, \epsilon_1 \, t_g) u(t - t_1$$

$$+ (2 \epsilon_1 + e^{\epsilon_1 z_1 / n_1}) n_1 + \epsilon_1 (- e^{\epsilon_1 z_1 / n_1} t_g + e^{\epsilon_1 t_1 / n_1} \ldots$$

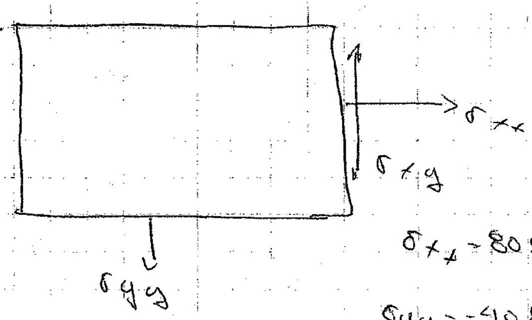
ΑΣΚΗΣΗ 4

Η επίπεδη εντατική κατάσταση του σχήματος αφορά ένα κρίσιμο σημείο που είναι εξάρτημα μηχανής από χάλυβα. Η τάση διαρροής σε εφελκυσμό του χάλυβα είναι $\sigma_y = 250$ MPa. Να οριστεί ο συντελεστής ασφάλειας με αναφορά τη διαρροή:

α) Με βάση το κριτήριο Tresca.

β) Με βάση το κριτήριο Mises.

(συντ. ασφάλειας : $f = \frac{\sigma_\Delta}{\sigma_{ισοδ}}$



$\sigma_{xx} = 80$ MPa

$\sigma_{yy} = -40$ MPa

$\sigma_{xy} = 25$ MPa

ΛΥΣΗ:

Πρέπει πρώτα να βρω τις κύριες τάσεις:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2}\left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2\right]^{1/2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \sigma_1 = 85$ MPa και $\sigma_2 = -45$ MPa

α) $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{85 - (-45)}{2} \Rightarrow \tau_{max} = 65$ MPascal.

$$f_{Tresca} = \frac{\tau_0^{διαρροής}}{\tau_{ισοδ}^{Tresca}} = \frac{\sigma_y / 2}{\tau_{ισοδ}^{Tresca}} = \frac{125 \text{ MPa}}{65 \text{ MPa}} = 1{,}92$$

β) $f_{Mises} = \frac{\sigma_y}{\sigma_{ισοδ}^{Mises}}$

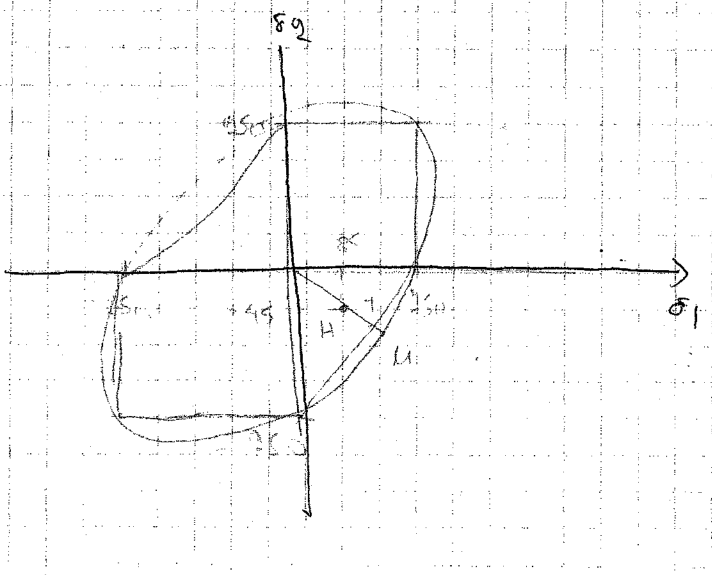
Η ισοδύναμη τάση κατά Mises ορίζεται

$$\sigma_{ισοδ}^{Mises} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2\right]^{1/2} \Rightarrow \sigma_{ισοδ}^{Mises} = 114{,}33 \text{ MPa}$$

Άρα $f_{Mises} = \frac{250}{114{,}33} = 2{,}19$

όπου $\frac{OM}{OH} = 2{,}19$

$\frac{OT}{OH} = 1{,}92$



ΑΣΚΗΣΗ

Για το FCC δίνεται η τάση διαρροής σε διάτμηση $\tau = 35MPa$ και $\mu = 0,453$. Να βρεθεί η τάση διαρροής σε θλίψη εφαρμόζοντας το τροποποιημένο θεώρημα Tresca.

γνωρίζω ότι το Tresca λέει $\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = k$ (όχι τροποποιημένο

ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1) ΠΟΛΥΜΕΡΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΤΟ 99% ΤΟΥ ΒΑΡΟΥΣ ΤΟΥ ΠΡΟΕΡΧΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟ ΥΛΙΚΟ ΜΕ Μ.Β $M=20.000$ ΚΑΙ 1% ΑΠΟ ΥΛΙΚΟ ΜΕ ΜΕ $M=10^9$. ΝΑ ΒΡΕΘΟΥΝ ΤΑ Μ.Β M_n, M_w, M_z, M_{z+1}.

Έχουμε: $w_i = N_i \cdot M_i \to N_i = \frac{w_i}{M_i}$

$$M_w = \frac{\sum w_i M_i}{\sum w_i} = \frac{0,99\cdot 20000 + 0,01\cdot 10^9}{1} \simeq 10^7$$

$$M_n = \frac{\sum N_i M_i}{\sum N_i} = \frac{\sum_i \frac{w_i}{M_i} M_i}{\sum \frac{w_i}{M_i}} = \frac{\sum_i w_i}{\sum_i \frac{w_i}{M_i}} = \frac{1}{\frac{0,99}{20.000} + \frac{0,01}{10^9}} = 20202.$$

$$M_z = \frac{\sum N_i M_i^3}{\sum N_i M_i^2} = \frac{\sum \frac{w_i}{M_i} M_i^3}{\sum_i \frac{w_i}{M_i} M_i^2} = \frac{\sum_i w_i M_i^2}{\sum_i w_i M_i} = \frac{(0,99)(20.000)^2 + 0,01\cdot(10^9)^2}{10^7}$$

$$M_{z+1} = \frac{\sum N_i M_i^4}{\sum N_i M_i^3} = \frac{\sum_i \frac{w_i}{M_i} M_i^4}{\sum_i \frac{w_i}{M_i} M_i^3} = \frac{\sum_i w_i M_i^3}{\sum_i w_i M_i^2} \simeq 10^9.$$

2) ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΣΕ ΠΙΝΑΚΑ ΤΑ ΕΞΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

ΚΛΑΣΜΑ ΜΒ g/mol	ΠΟΣΟΣΤΟ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΑΚΡΟΜΟΡΙΑΚΩΝ ΑΛΥΣΙΔΩΝ F_i	ΠΟΣΟΣΤΟ ΒΑΡΟΥΣ $w_i/\sum w_i$
5000 - 10.000	0,05	0,02
10.000 - 15.000	0,16	0,10
15.000 - 20.000	0,22	0,18
20.000 - 25.000	0,27	0,29
25.000 - 30.000	0,20	0,26
[illegible]	0,08	0,13
		0,02.

ΜΙΚΡΙΣΜΟΥ.

$\left(\frac{000+10.000}{2}\right) = 7.500\ M_i$

M_i g/mol

γ) Βαθμός πολυμερισμού.

ΔΟΜΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ $(-CH_2-CHCl-) \to$ Μ.Β(μονομερούς) = $2\cdot 12 + 3\cdot 1 + 35,5 = 62,5$ g/mol.

$\to Z = \frac{\overline{M_n}}{\text{Μ.Β μονομερούς}} = \frac{21\,150}{62,5} = 338,4.$

0/5