



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ IV

Διάρκεια εξέτασης : 2.5 ώρες **ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ**
Βιβλία, σημειώσεις, κινητά : κλειστά. Διανέμεται σχετικό τυπολόγιο.

Διδάσκοντες: Η. Κατσούφης (Α - Λ), Θ. Παπαδοπούλου (Μ - Ω)
3 Νοεμβρίου 2007

Θέμα 1ο

Χρησιμοποιώντας την αρχή της αβεβαιότητας και την παραδοχή ότι στην ελάχιστη ενέργεια $\Delta x = x$ και $\Delta p = p$, εκτιμήστε την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης στις περιπτώσεις :

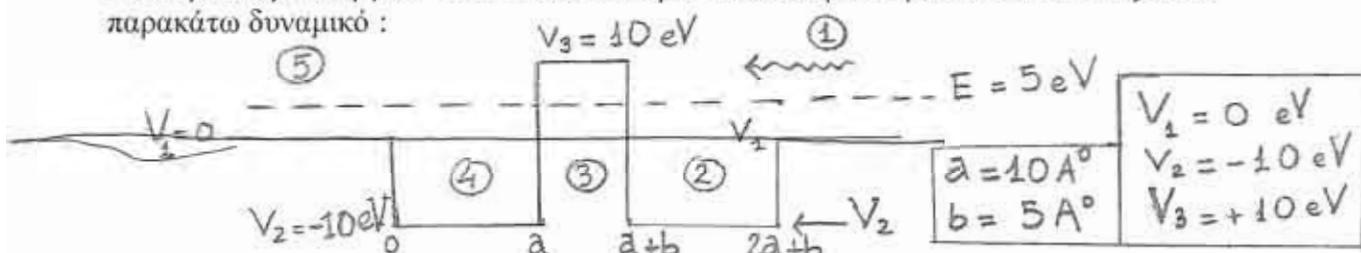
1α) του μονοδιάστατου κβαντομηχανικού ταλαντωτή (μάζας m και σταθεράς k)

1β) σωματιδίου m σε πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους και πλάτους L .

Συγκρίνετε αυτές τις εκτιμήσεις με τις τιμές της ενέργειας της θεμελιώδους κατάστασης που προκύπτουν από την ακριβή λύση των προβλημάτων.

Θέμα 2ο

Ηλεκτρόνιο με ενέργεια 5 eV κινείται σε μία διάσταση και προσπίπτει από δεξιά στο παρακάτω δυναμικό :



2α) Γράψετε τις φυσικά παραδεκτές λύσεις της εξίσωσης Schrödinger στις περιοχές 1, 2, 3, 4 και 5 και εξηγήστε τι παριστάνει από φυσική άποψη κάθε όρος αυτών των λύσεων.

2β) Στις περιοχές όπου η λύση έχει ταλαντούμενη μορφή βρείτε τα αντίστοιχα μήκη κύματος (σε Å).

2γ) Σχεδιάστε ποιοτικά το πραγματικό μέρος της λύσης της εξίσωσης Schrödinger για $-\infty < x < +\infty$.

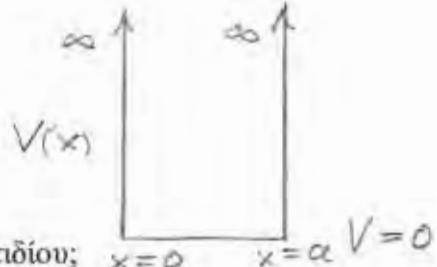
2δ) Εκτιμήστε την τάξη μεγέθους της πιθανότητας μετάδοσης του ηλεκτρονίου από την περιοχή 2 στην περιοχή 4.

2ε) Σχεδιάστε σε ποιες περιοχές έχουμε κβαντισμένες ενεργειακές καταστάσεις και σε ποιες συνεχόμενες.

$$m_e c^2 = 0.5 \text{ MeV} = \mu \text{άργα ηλεκτρονίου}$$

Θέμα 3^ο

Η κατάσταση ενός σωματιδίου μάζας m που είναι έγκλειστο σε απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού εύρους A περιγράφεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ από την κυματοσυνάρτηση $\psi(x) = A(\alpha^2 - x^2)$.



3α) Προσδιορίστε τη σταθερά A .

Αιτιολογήστε τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε.

3β) Πόση είναι η αναμενόμενη τιμή της ενέργειας του σωματιδίου; $V=0$

3γ) Αν τη στιγμή $t = 0$ γίνει μια μέτρηση της ενέργειας του σωματιδίου, πόση είναι η πιθανότητα να βρεθεί ως αποτέλεσμα η τιμή της ενέργειας της θεμελιώδους στάθμης;

Θέμα 4ο

Αρμονικός ταλαντωτής βρίσκεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην κατάσταση

$$\psi(x, 0) = A \left(1 - 2\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x \right)^2 e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2}$$

4α) Πόση είναι η πιθανότητα μια μέτρηση της ενέργειας του συστήματος να δώσει αποτέλεσμα i) 2.5 $\hbar\omega$ ii) 3.5 $\hbar\omega$;

4β) Πόση είναι η αναμενόμενη τιμή της ενέργειας;

4γ) Γράψτε τη χρονική εξέλιξη της κατάστασης του συστήματος.

Υπενθυμίζεται ότι οι κανονικοποιημένες ιδιοσυναρτήσεις του αρμονικού ταλαντωτή στις τέσσερες χαμηλότερες ενεργειακές στάθμες είναι:

$$\psi_0(x) = \left(\frac{1}{\alpha \sqrt{\pi}} \right)^{1/2} e^{-x^2/2\alpha^2}, \quad \psi_1(x) = \left(\frac{1}{2\alpha \sqrt{\pi}} \right)^{1/2} 2\left(\frac{x}{\alpha} \right) e^{-x^2/2\alpha^2}$$

$$\psi_2(x) = \left(\frac{1}{8\alpha \sqrt{\pi}} \right)^{1/2} \left[2 - 4\left(\frac{x}{\alpha} \right)^2 \right] e^{-x^2/2\alpha^2}$$

$$\psi_3(x) = \left(\frac{1}{48\alpha \sqrt{\pi}} \right)^{1/2} \left[12\left(\frac{x}{\alpha} \right) - 8\left(\frac{x}{\alpha} \right)^3 \right] e^{-x^2/2\alpha^2}, \text{ οπου}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \alpha = \left(\frac{\hbar^2}{m\omega} \right)^{1/4}$$