



Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών  
Επιστημών.  
Επαναληπτική γραπτή εξέταση στη Μαθηματική  
Ανάλυση II.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....

1. (α) Να εξεταστεί ως προς τη σύγκλιση το Γ.Ο.  $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ .

(β) Να βρεθούν τα πολυώνυμα Taylor βαθμού ένα και δύο της συνάρτησης  $f(x, y) = e^x \cos y$  στο σημείο  $(0,0)$ .

2. (α) Να βρεθεί η εξίσωση του εφαπτόμενου επιπέδου της επιφάνειας  $x^2 + 4y^2 + 10z = 10$  στο σημείο  $P\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$  και ένα κάθετο διάνυσμα αντής στο σημείο αυτό.

(β) Να προσδιοριστούν οι τιμές των  $\lambda, \mu, v$  για τις οποίες το διανυσματικό πεδίο  $F(x, y, z) = (x + 3y + \lambda z)i + (\mu x + 4y + z)j + (2x + vy + 5z)k$  είναι αστρόβιλο ( $\text{rot } F = 0$ ) στο πεδίο ορισμού του.

3. (α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f(x) = \sum_{v=1}^{+\infty} \frac{\cos vx}{v^3}$  και να εξεταστεί ως προς την παραγωγισμότητα η  $f$  στο πεδίο ορισμού της.

(β) Δείξτε ότι  $\text{div}(fF) = \nabla f \cdot F + f \text{div } F$ , όπου  $F = (P, Q, R) : A \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f : A \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $A$  ανοικτό και οι συναρτήσεις  $P, Q, R, f$  έχουν μερικές παραγώγους πρώτης τάξεως συνεχείς στο  $A$ .

4. (α) Να βρεθούν και να ταξινομηθούν τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης  $f(x, y) = x^2 + y^2 - x^2y^2$ .

(β) Να υπολογιστεί προσεγγιστικά με τη βοήθεια του διαφορικού κατάλληλης συνάρτησης η τιμή της παράστασης  $\text{Arc tan} \frac{0,003}{1,02}$ .

Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες  
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

-2 - 2H1 = 0