

**ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ II**

των σπουδαστών της  
Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών  
(Πέμπτη, 27 Σεπτεμβρίου 2007, ώρα 08:30)

**Διδάσκοντες: Πάζης-Καλλιμασιώτης Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ  
Κουρκουλής Σταύρος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ**

**Οδηγίες προς τους εξεταζομένους:**

- Η διάρκεια της εξέτασης είναι **2 ώρες και 30 λεπτά**.
- Το φύλλο εξετάσεων αποτελείται από ένα φύλλο και περιέχει **3 (τρία) ζητήματα**. Η βαθμολογία κάθε ζητήματος αναγράφεται στην αντίστοιχη εκφώνηση. Απαντήστε σε όλα τα ζητήματα.
- Να απαντάτε αποκλειστικά και μόνον σε ότι ζητείται **δικαιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις**. Αδικαιολόγητες απαντήσεις δεν λαμβάνονται υπ' όψin και δημιουργούν αρνητική εικόνα κατά την βαθμολόγηση.
- Η τελική βαθμολογία είναι συνάρτηση της συνολικής εμφάνισης του γραπτού σας.

**ZΗΤΗΜΑ 1<sup>ο</sup> (35 μονάδες)**

Κατά την συναρμολόγηση της κατασκευής των τεσσάρων ράβδων του Σχ.1α διαπιστώθηκε ότι η ράβδος  $P_2$  είναι μικρότερη κατά  $\delta = 2 \text{ mm}$  από την ορθή διάσταση (που θα έπρεπε να είναι 1 m). Με μηχανικό καταναγκασμό τα σημεία  $H_2$  και  $H_4$  ήρθαν σε επαφή και συνδέθηκαν αρθρωτά με τις υπόλοιπες ράβδους. Το εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής όλων των ράβδων είναι  $1 \text{ cm}^2$ .

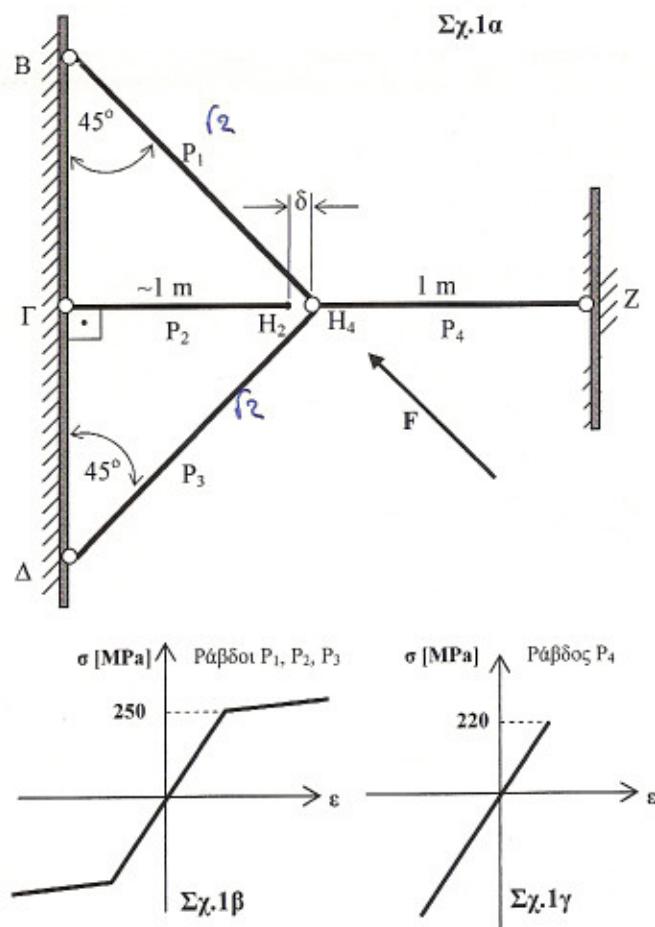
Οι ράβδοι  $P_1$ ,  $P_2$  και  $P_3$  είναι χαλύβδινες (όλκιμο υλικό, γραμμικώς ελαστικό - κρατυνόμενο) με μέτρο ελαστικότητας  $E=200 \text{ GPa}$  και τάση διαρροίς  $250 \text{ MPa}$  (Σχ.1β). Η ράβδος  $P_4$  είναι από χυτοσίδηρο (ψαθυρό, γραμμικά ελαστικό υλικό μέχρι την θραύση) με μέτρο ελαστικότητας  $E=200 \text{ GPa}$  και τάση θραύσεως σε εφελκυσμό  $220 \text{ MPa}$  (Σχ.1γ).

α. Υπολογίστε τις τάσεις των τεσσάρων ράβδων στην αυτεντατική κατάσταση ισορροπίας μετά τη συνάρθρωση.

β. Στη συνέχεια στο σημείο συναρθρώσεως Η ασκείται δύναμη  $F$  κατά την διεύθυνση της ράβδου  $P_1$  όπως φαίνεται στο Σχ.1α. Υπολογίστε τις νέες τιμές των τάσεων στις ράβδους, συναρτήσει της  $F$ .

γ. Η τιμή της δύναμης  $F$  αυξάνεται μέχρις ότου αστοχήσει κάποια ράβδος. Υποδείξτε την ράβδο που θα αστοχήσει πρώτη και υπολογίστε την τιμή της δύναμης  $F$  τη στιγμή εκείνη.

δ. Χωρίς κανέναν επί πλέον υπολογισμό δικαιολογήστε γιατί αμέσως μετά την πρώτη αστοχία θα επέλθει αστοχία και άλλης ράβδου. Ποια θα είναι η ράβδος αυτή;



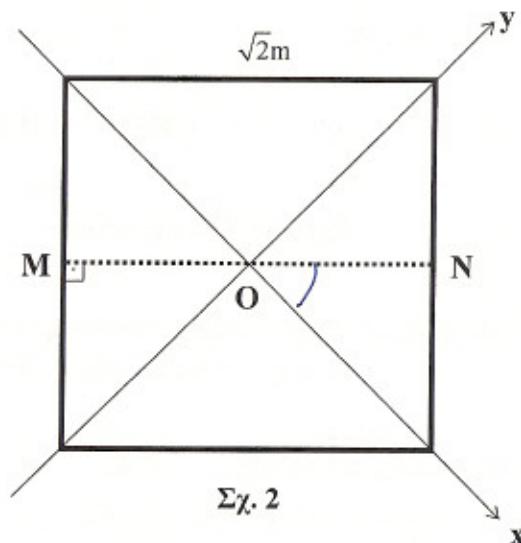
### ZHTHMA 2<sup>o</sup> (35 μονάδες)

Δίνεται λεπτή τετραγωνική πλάκα με ακμή μήκους  $\sqrt{2}$  m. Η πλάκα είναι κατασκευασμένη από όλκιμο υλικό με μέτρο ελαστικότητας  $E=200$  GPa και λόγο Poisson  $\nu=0.3$  (Σχ.2). Το πεδίο μετατοπίσεων για δεδομένη φόρτιση και για το σύστημα αναφοράς του Σχ.2 δίνεται από την σχέση:

$$\vec{u} = \left[ (x^3 + y^2 x) \vec{i} + (y^3 + x^2 y) \vec{j} \right] \times 10^{-3} \text{m}$$

- Να ευρεθεί το τελικό μήκος των διαγωνίων της πλάκας και η τελική τιμή της γωνίας xOy.
- Να ευρεθεί το τελικό μήκος του ευθυγράμμου τμήματος MN.
- Να ευρεθεί ο τανυστής των κυρίων τάσεων στο σημείο N με τη βοήθεια του κύκλου του Mohr και
- Να ελεγχθεί η ασφάλεια της πλάκας στο σημείο N.

$$E = 200 \text{ MPa}$$

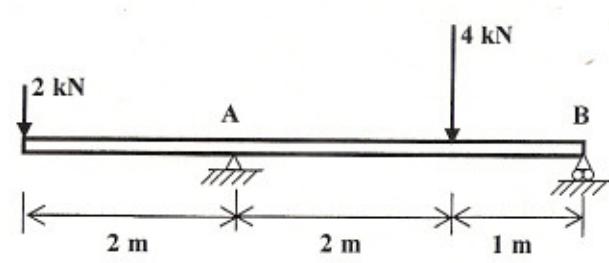
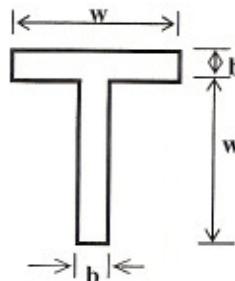
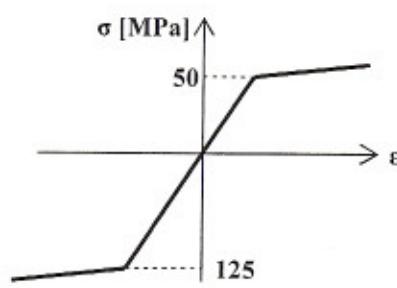


### ZHTHMA 3<sup>o</sup> (30 μονάδες)

Δίνεται δοκός από υλικό ιδίου βάρους  $q=2$  kN/m, το διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων του οποίου φαίνεται στο Σχ.3a. Η διατομή της δοκού έχει σχήμα «T» (Σχ.3β) και ο λόγος  $w/b$  είναι ίσος με 5. Η δοκός στηρίζεται ως μονοπροέχουσα με άρθρωση στο A και κύλιση στο B και καταπονείται σε κάμψη, όπως φαίνεται στο Σχ.3γ.

Υποθέτοντας ότι ισχύει η τεχνική θεωρία Bernoulli-Euler να ευρεθούν οι ελάχιστες επιτρεπτές διαστάσεις της διατομής ώστε η δοκός να φέρει με ασφάλεια τη δεδομένη φόρτιση με συντελεστή ασφαλείας 1.5.

$$\frac{w}{b} = 5$$



### ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = 2\sigma_y^2, \quad \sigma_{max} - \sigma_{min} = \sigma_y,$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu (\sigma_{yy} + \sigma_{zz})], \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\nu + 1}{E} \sigma_{xy}, \quad \sigma_{I,II} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \right)^2 + \sigma_{xy}^2},$$

$$\sigma'_{xx,yy} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\theta \pm \sigma_{xy} \sin 2\theta, \quad \sigma'_{xy} = -\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\theta + \sigma_{xy} \cos 2\theta$$

$$G = \frac{M}{I} \cdot \gamma$$